

BLOQUE A

PROBLEMA A1. Un frutero quiere liquidar 500 kg de naranjas, 400 kg de manzanas y 230 de peras. Para ello prepara dos bolsas de fruta de oferta: la bolsa A consta de 1 kg de naranjas y 2 de manzanas y la bolsa B consta de 2 kg de naranjas, 1 kg de manzanas y 1 kg de peras. Por cada bolsa del tipo A se obtiene un beneficio de 2,50 euros y 3 euros por cada una del tipo B. Suponiendo que vende todas las bolsas, ¿cuántas bolsas de cada tipo debe preparar para maximizar sus ganancias? ¿Cuál es el beneficio máximo?

Solución:

Los datos del problema podemos resumirlos en la siguiente tabla,

Tipo de bolsa	Kg de naranjas	Kg de manzanas	Kg de peras	beneficio
A	1	2	0	2'5
B	2	1	1	3
Existencias	500	400	230	

Utilizamos las siguientes incógnitas

x = número de bolsas del tipo A que prepara

y = número de bolsas del tipo B que prepara

Las restricciones serán:

“quiere liquidar 500 kg de naranjas”; $x + 2y \leq 500$

“quiere liquidar 400 kg de manzanas”; $2x + y \leq 400$

“quiere liquidar 230 kg de peras”; $y \leq 230$

Como x e y representan número de bolsas, la restricción para los valores de estas variables es $x, y \in \mathbb{N}$

Los beneficios que obtiene el frutero serán: $2'5x + 3y$

El problema a resolver es:

Maximizar $z = 2'5x + 3y$

$$s.a. \begin{cases} x + 2y \leq 500 \\ 2x + y \leq 400 \\ y \leq 230 \\ x, y \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

(a) $x + 2y \leq 500$ (b) $2x + y \leq 400$ (c) $y \leq 230$

$x + 2y = 500$

$2x + y = 400$

$y = 230$

x	y
0	250
500	0

x	y
0	400
200	0

x	y
0	230
100	230

¿(0,0) cumple?

¿(0,0) cumple?

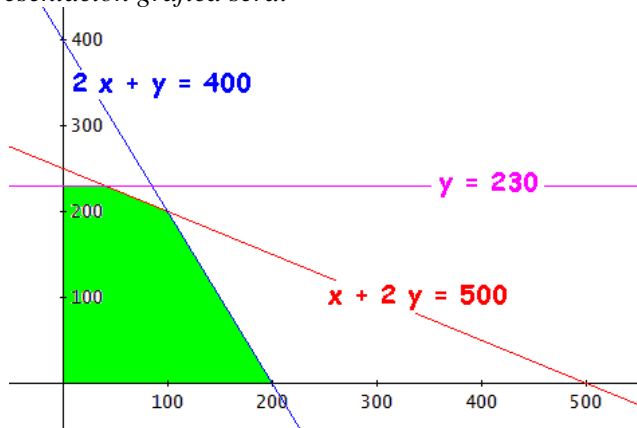
¿(0,0) cumple?

$0 + 2 \cdot 0 \leq 500$ Sí

$2 \cdot 0 + 0 \leq 400$ Sí

$0 \leq 230$ Sí

La representación gráfica será:



La región factible está formada por los puntos de coordenada natural de la zona sombreada.

Los vértices de la región determinada por las inecuaciones los obtendremos mediante los puntos de corte de las rectas correspondientes.

Son evidentes los vértices $(0, 0)$, $(0, 230)$ y $(200, 0)$; calculemos los otros dos vértices.

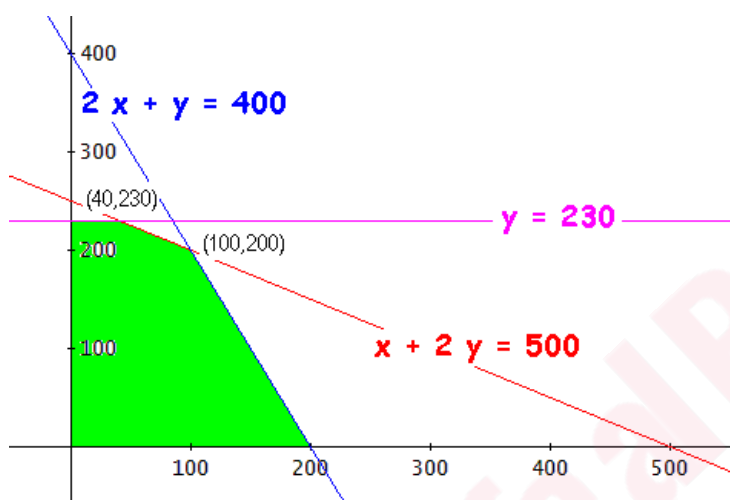
De (a) y (c): $(40, 230)$

$$\begin{cases} x + 2y = 500 \\ y = 230 \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} x + 2 \cdot 230 &= 500 \\ x + 460 &= 500 \\ x &= 40 \end{aligned}$$

De (a) y (b): $(100, 200)$

$$\begin{cases} x + 2y = 500 \\ 2x + y = 400 \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} &* (-2) \begin{cases} -2x - 4y = -1000 \\ 2x + y = 400 \end{cases} \\ &\text{sumando las ecuaciones} \\ &-3y = -600; \quad y = 200 \end{aligned}$$

Sustituyendo el valor de y en la 2ª ecuación: $2x + 200 = 400$; $2x = 200$; $x = 100$



Los vértices de la región factible son: $(0, 0)$, $(0, 230)$, $(40, 230)$, $(100, 200)$ y $(200, 0)$. Estos vértices tienen sus coordenadas naturales, por lo que, la función de los beneficios, z , alcanza su valor máximo en los vértices de la región anterior o en alguno de los segmentos que la delimitan.

Calculemos los valores de la función en los vértices,

x, y	$z = 2'5x + 3y$	
$0, 0$	$2'5 \cdot 0 + 3 \cdot 0 = 0$	
$0, 230$	$2'5 \cdot 0 + 3 \cdot 230 = 690$	
$40, 230$	$2'5 \cdot 40 + 3 \cdot 230 = 790$	
$100, 200$	$2'5 \cdot 100 + 3 \cdot 200 = 850$	Máximo
$200, 0$	$2'5 \cdot 200 + 3 \cdot 0 = 500$	

El máximo se alcanza en el punto $(100, 200)$ lo cual quiere decir que para maximizar sus ganancias el frutero debe preparar 100 bolsas del tipo A y 200 del tipo B. De esta forma conseguirá un beneficio máximo de 850€.

BLOQUE A**PROBLEMA A2.** Resuelve el sistema:

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x + z = 3 \\ x + 5y - 7z = 4 \end{cases}$$

Si $(x, y, 0)$ es una solución del sistema anterior, ¿cuáles son los valores de x y de y ?*Solución:**Resolvemos el sistema por el método de Gauss,*

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & -7 & 4 \end{array}\right) \xrightarrow{\substack{F_2 - 2F_1 \\ F_3 - F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & -6 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3 + 2F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

*Como, al hacer ceros por debajo de la diagonal principal, obtenemos una fila de ceros el sistema es Compatible Indeterminado.**Para resolverlo utilizamos x e y como incógnitas principales.**De la última matriz del método de Gauss nos queda el sistema,*

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ -2y + 3z = -1 \end{cases}$$

pasamos la incógnita z a la derecha,

$$\begin{cases} x + y = 2 + z \\ -2y = -1 - 3z \end{cases}$$

$$\text{de la 2ª} \rightarrow y = \frac{-1 - 3z}{-2} = \frac{1 + 3z}{2}$$

sustituyendo en la 2ª ecuación,

$$x + \frac{1 + 3z}{2} = 2 + z \rightarrow x = 2 + z - \frac{1 + 3z}{2} = \frac{4 + 2z - 1 - 3z}{2} = \frac{3 - z}{2}$$

$$\text{Solución: } \begin{cases} x = \frac{3 - \lambda}{2} \\ y = \frac{1 + 3\lambda}{2} \\ z = \lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

Si $(x, y, 0)$ es una solución sabemos que $z = 0$, es decir, que $\lambda = 0$, por lo que, sustituyendo en la solución general obtenida anteriormente obtenemos los valores de x e y pedidos,

$$x = \frac{3 - 0}{2} = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{1 + 3 \cdot 0}{2} = \frac{1}{2}$$

BLOQUE B**PROBLEMA B1.** Dada la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} -x & x < -1 \\ x-1 & -1 \leq x < 4 \\ x^2 - 2x - 6 & 4 \leq x < 6 \end{cases}$$

- a) Estudia la continuidad de la función $f(x)$ en el intervalo $] -2, 6 [$.
 b) Calcula el área de la región del plano limitada por $y = f(x)$ y por las rectas $y = 0$, $x = 1$ y $x = 5$.

Solución:a) Continuidad de la función $f(x)$ en el intervalo $] -2, 6 [$

Por ser $f(x)$ una función definida a trozos estudiamos su continuidad en cada uno de los trozos y en los puntos de cambio de definición.

Para $x \in] -2, -1 [$, $f(x) = -x$, una función polinómica de primer grado, luego es continua.

Para $x \in] -1, 4 [$, $f(x) = x - 1$, una función polinómica de primer grado, luego es continua.

Para $x \in] 4, 6 [$, $f(x) = x^2 - 2x - 6$, una función polinómica de segundo grado, luego es continua.

Veamos que pasa en $x = -1$ y en $x = 4$.

$x = -1$

$f(-1) = -1 - 1 = -2$, existe $f(-1)$.

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (-x) = -(-1) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (x-1) = -1-1 = -2 \end{cases}$$

como los resultados de los límites laterales no son iguales, no existe el límite de la función en $x = -1$

Por lo tanto $f(x)$ no es continua en $x = -1$

Como existen los dos límites laterales la discontinuidad es de salto finito.

$x = 4$

$f(4) = 4^2 - 2 \cdot 4 - 6 = 16 - 8 - 6 = 2$, existe $f(4)$.

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} (x-1) = 4-1 = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} (x^2 - 2x - 6) = 4^2 - 2 \cdot 4 - 6 = 16 - 8 - 6 = 2 \end{cases}$$

como los resultados de los límites laterales no son iguales, no existe el límite de la función en $x = 4$

Por lo tanto $f(x)$ no es continua en $x = 4$

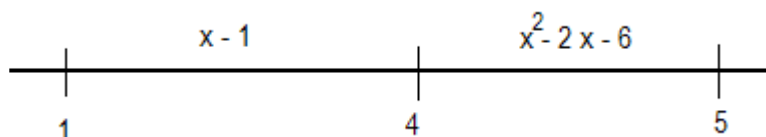
Como existen los dos límites laterales la discontinuidad es de salto finito.

Luego $f(x)$ es continua en $] -2, 6 [\sim \{-1, 4\}$ y en $x = -1$ y en $x = 4$ tiene una discontinuidad de salto finito.

b) Área de la región del plano limitada por $y = f(x)$ y por las rectas $y = 0$, $x = 1$ y $x = 5$.

Para calcular el área pedida es conveniente representar la función $f(x)$, aunque sólo para valores de x desde 1 hasta 5.

En el intervalo $[1, 5]$ la función $f(x)$ está definida como se indica a continuación,



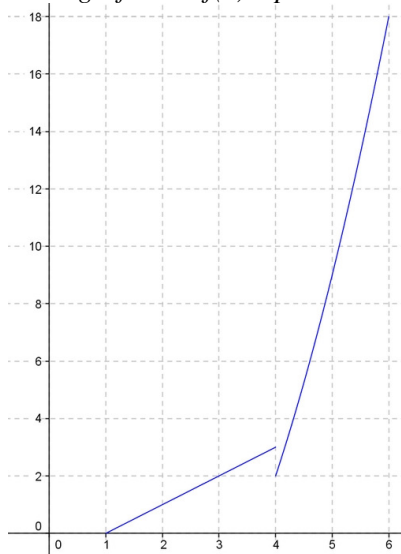
En el primer trozo $f(x)$ está definida como $x - 1$, que gráficamente es una línea recta, la dibujamos a partir de una tabla de valores,

x	y
1	0
4	3

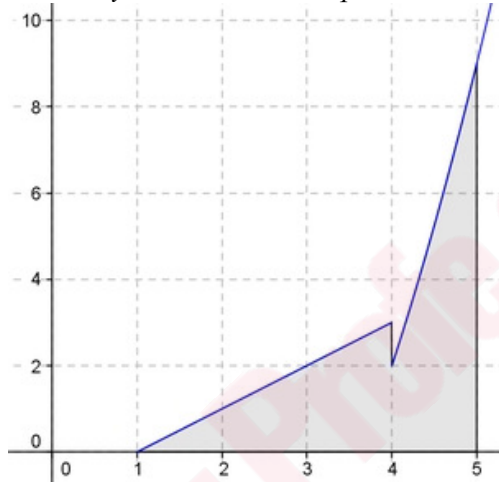
En el segundo trozo $f(x)$ está definida como $x^2 - 2x - 6$, gráficamente es una parábola, usamos tabla de valores para conocer el principio y el final y el calculamos el vértice de la parábola para dibujarla correctamente,

x	y		Vértice $(1, -7)$
4	$4^2 - 2 \cdot 4 - 6 = 2$	$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = 1$	
5	$5^2 - 2 \cdot 5 - 6 = 9$	$y = 1^2 - 2 \cdot 1 - 6 = -7$	

La representación gráfica de $f(x)$ a partir de $x = 1$ será,



Añadiendo las rectas $y = 0$, $x = 1$, $x = 5$ que delimitan la región obtenemos,



El área de la región indicada la obtendremos mediante el siguiente cálculo integral,

$$\begin{aligned}
 A &= \int_1^4 (x-1) dx + \int_4^5 (x^2 - 2x - 6) dx = \left[\frac{x^2}{2} - x \right]_1^4 - \left[\frac{x^3}{3} - x^2 - 6x \right]_4^5 = \\
 &= \left(\frac{4^2}{2} - 4 \right) - \left(\frac{1^2}{2} - 1 \right) + \left(\frac{5^3}{3} - 5^2 - 6 \cdot 5 \right) - \left(\frac{4^3}{3} - 4^2 - 6 \cdot 4 \right) = 4 + \frac{1}{2} + \frac{125}{3} - 55 - \frac{64}{3} + 40 = \frac{1}{2} + \frac{61}{3} - 11 = \\
 &= \frac{3 + 122 - 66}{6} = \frac{59}{6} \text{ u.a.}
 \end{aligned}$$

BLOQUE B**PROBLEMA B2.** Dada la función $f(x) = x^3 - 6x$, se pide

- Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.
- Ecuación de sus asíntotas verticales y horizontales.
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Máximos y mínimos locales.
- Representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

*Solución:**a) Dominio y puntos de corte.**Como $f(x)$ es una función polinómica, su dominio es todos los números reales,*

$$\text{Dom } f(x) = \mathbb{R}$$

Puntos de corte,

Corte con el eje OY, $x = 0$, $y = 0^3 - 6 \cdot 0 = 0 \rightarrow (0, 0)$

Corte con el eje OX,

$$y = 0, \quad x^3 - 6x = 0 \rightarrow x(x^2 - 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 6 = 0 \end{cases} \rightarrow x^2 = 6 \rightarrow x = \pm\sqrt{6} \approx \pm 2.4$$

Por lo tanto los puntos de corte con los ejes coordenados son: $(0,0)$, $(\sqrt{6},0)$ y $(-\sqrt{6},0)$ *b) Ecuación de sus asíntotas.**Por ser una función polinómica no tiene asíntotas, ni verticales ni horizontales.**c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.**Debemos estudiar el signo de la primera derivada.*

$$y = x^3 - 6x$$

$$y' = 3x^2 - 6$$

$$3x^2 - 6 = 0; \quad 3x^2 = 6; \quad x^2 = 2; \quad x = \pm\sqrt{2}. \text{ Como } y' \text{ es un polinomio de } 2^\circ \text{ grado el signo de } y' \text{ es,}$$

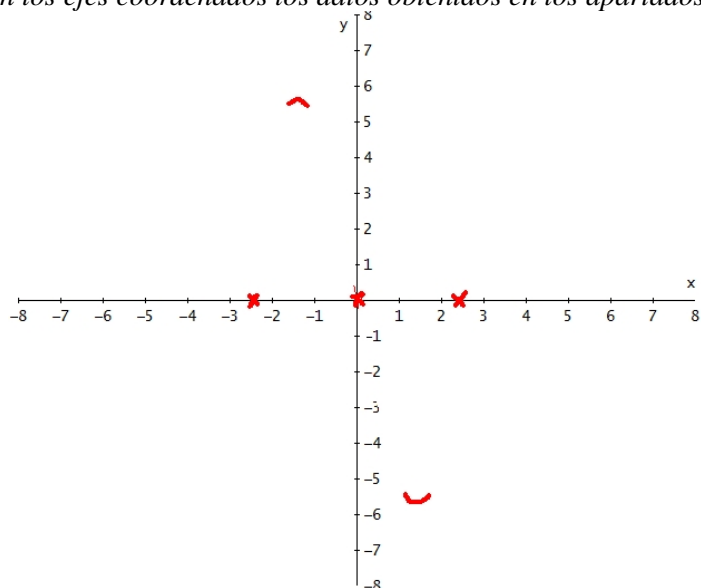
*Por lo que $f(x)$ es creciente en $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$ y decreciente en $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$* *d) Máximos y mínimos locales.**Del estudio realizado en el apartado anterior obtenemos que la función $f(x)$ tiene un máximo local en $x = -\sqrt{2}$ y un mínimo local en $x = \sqrt{2}$.**Los puntos de estos extremos locales serían,*

$$x = -\sqrt{2} \rightarrow y = (-\sqrt{2})^3 - 6(-\sqrt{2}) = -2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \rightarrow \text{Máximo local } (-\sqrt{2}, 4\sqrt{2}) \approx (-1.4, 5.6)$$

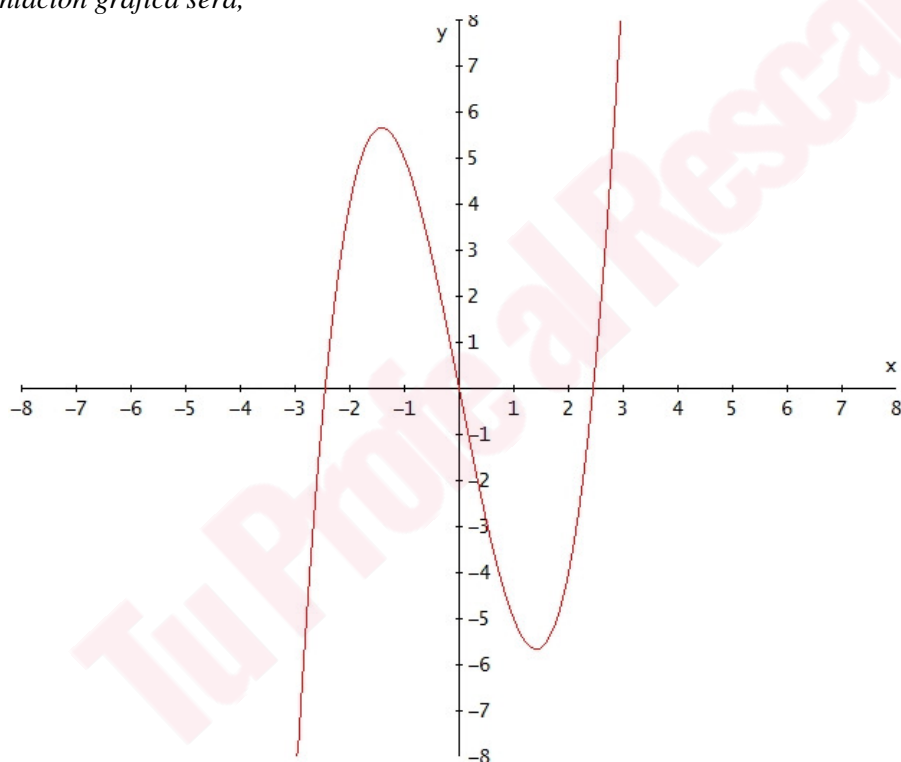
$$x = \sqrt{2} \rightarrow y = (\sqrt{2})^3 - 6(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = -4\sqrt{2} \rightarrow \text{Mínimo local } (\sqrt{2}, -4\sqrt{2}) \approx (1.4, -5.6)$$

e) Representación gráfica.

Marcando en los ejes coordenados los datos obtenidos en los apartados anteriores



Y la representación gráfica será,



BLOQUE C

PROBLEMA C1. Al 20% de los alumnos de 2º de Bachillerato les gusta un grupo musical A, mientras que al 80% restante no le gusta este grupo. En cambio otro grupo musical B gusta a la mitad y no a la otra mitad. Hay un 30% de alumnos de 2º de Bachillerato al que no gusta ninguno de los dos grupos. Si se elige un estudiante de 2º Bachillerato al azar:

- ¿Cuál es la probabilidad de que le gusten los dos grupos?
- ¿Cuál es la probabilidad de que le guste alguno de los grupos?
- ¿Cuál es la probabilidad de que le guste el grupo B y no el grupo A?

Solución:

Considerando los siguientes sucesos,

A = al alumno de 2º de Bachillerato le gusta el grupo musical A

B = al alumno de 2º de Bachillerato le gusta el grupo musical B

representando por $\bar{A}$ = al alumno de 2º de Bachillerato **no** le gusta el grupo musical A, y similarmente para B

De los datos del problema sabemos:

“Al 20% de los alumnos de 2º de Bachillerato les gusta el grupo musical A” $\rightarrow P(A) = 0.2$

“Al 80% no les gusta el grupo A” $\rightarrow P(\bar{A}) = 0.8$

“El grupo musical B gusta a la mitad” $\rightarrow P(B) = 0.5$

“El grupo musical B no gusta a la otra mitad” $\rightarrow P(\bar{B}) = 0.5$

“Hay un 30% de alumnos al que no gusta ninguno de los dos grupos” $\rightarrow P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.3$

Por las leyes de Morgan,

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}, \text{ por lo tanto, } P(\overline{A \cap B}) = P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0.3$$

$$\text{Por sucesos complementarios, } P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cap B}) = 1 - 0.3 = 0.7$$

a) Probabilidad de que le gusten los dos grupos.

Debemos calcular $P(A \cap B)$

$$\text{Sabemos que } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\text{Sustituyendo los datos conocidos, } 0.7 = 0.2 + 0.5 - P(A \cap B) \rightarrow 0.7 = 0.7 - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cap B) = 0$$

b) Probabilidad de que le guste alguno de los dos grupos.

Debemos calcular $P(A \cup B)$

$$\text{Anteriormente ya hemos obtenido que } P(A \cup B) = 0.7$$

c) Probabilidad de que le guste el grupo B y no el grupo A.

Debemos calcular $P(B \cap \bar{A})$

Llamando E al suceso seguro, $B = B \cap E = B \cap (A \cup \bar{A}) = (B \cap A) \cup (B \cap \bar{A})$, por lo que

$$P(B) = P((B \cap A) \cup (B \cap \bar{A})) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A}) - P((B \cap A) \cap (B \cap \bar{A}))$$

como $(B \cap A) \cap (B \cap \bar{A}) = B \cap A \cap \bar{A} = B \cap \emptyset = \emptyset$ entonces $P((B \cap A) \cap (B \cap \bar{A})) = P(\emptyset) = 0$ por lo que

$$P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})$$

$$\text{sustituyendo los valores conocidos, } 0.5 = 0 + P(B \cap \bar{A}) \rightarrow P(B \cap \bar{A}) = 0.5$$

BLOQUE C

PROBLEMA C2. El 52% de los habitantes en edad de votar de cierto municipio son hombres. Los resultados de un sondeo electoral determinan que el 70% de las mujeres opina que va a ganar el candidato A, mientras que el 35% de los hombres cree que ganará el candidato B. Si todos los habitantes han optado por un candidato, contesta las siguientes preguntas:

- Si hemos preguntado a una persona que cree que ganará B, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?
- ¿Cuál es la probabilidad de que una persona seleccionada al azar sea mujer o crea que va a ganar el candidato A?

Solución:

Si utilizamos los siguientes sucesos:

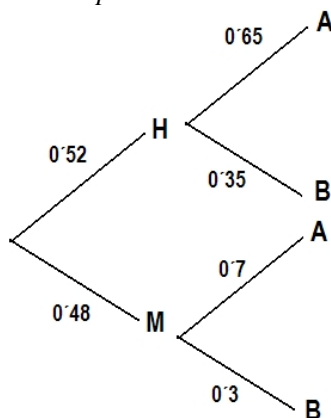
H = ser hombre en edad de votar

M = ser mujer en edad de votar

A = cree que ganará el candidato A

B = cree que ganará el candidato B

Los datos del problema podemos resumirlo en el siguiente árbol,



$$a) \quad P\left(\frac{M}{B}\right) = \frac{P(M \cap B)}{P(B)} = \frac{0.48 \cdot 0.3}{0.52 \cdot 0.35 + 0.48 \cdot 0.3} = \frac{0.144}{0.326} = 0.4417 \approx 0.44$$

$$b) \quad P(M \cup A) = P(M) + P(A) - P(M \cap A) =$$

$$P(M) = 0.48$$

$$P(A) = P(H \cap A) + P(M \cap A) = 0.52 \cdot 0.65 + 0.48 \cdot 0.7 = 0.674$$

$$P(M \cap A) = 0.48 \cdot 0.7 = 0.336$$

$$= 0.48 + 0.674 - 0.336 = 0.818 \approx 0.82$$

BLOQUE D

PROBLEMA D1. El rendimiento de cierto producto en función del tiempo de uso (medido en años) viene dado por la expresión:

$$f(x) = 8,5 + \frac{3x}{1+x^2}, \quad x \geq 0$$

- ¿Existen intervalos de tiempo en los que el rendimiento crece? ¿Y en los que decrece? ¿Cuáles son?
- ¿En qué punto se alcanza el rendimiento máximo? ¿Cuánto vale éste?
- Por mucho que pase el tiempo, ¿puede llegar a ser el rendimiento inferior al rendimiento que el producto tenía inicialmente? ¿Por qué?

Solución:

En la definición de la función hay un cociente cuyo denominador es $1+x^2$, que siempre es distinto de cero. Por lo que el dominio de $f(x)$, teniendo en cuenta su definición, será $[0, +\infty)$

a) Crecimiento, decrecimiento.

Estudiemos el signo de $f'(x)$.

$$f'(x) = \frac{3(1+x^2) - 2x \cdot 3x}{(1+x^2)^2} = \frac{3+3x^2-6x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{3-3x^2}{(1+x^2)^2}$$

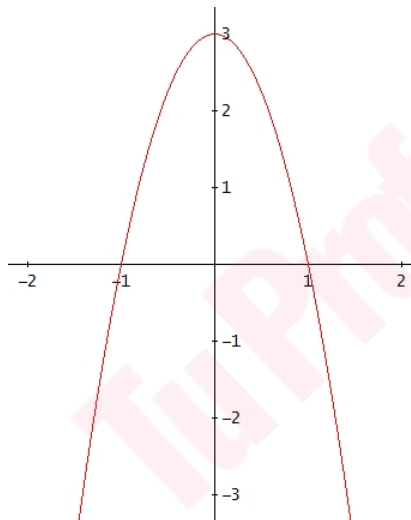
Puesto que el denominador de $f'(x)$ está elevado al cuadrado, el signo de $f'(x)$ depende del numerador.

$$3-3x^2=0; \quad 3=3x^2; \quad 1=x^2; \quad x=\pm 1$$

Considerando el dominio de definición de la función, debemos estudiar el signo de $f'(x)$ en los intervalos:



Como hemos dicho anteriormente el signo de $f'(x)$ depende del numerador que es un polinomio de 2º grado de raíces -1 y 1 . Por lo que podemos obtener el signo del numerador mediante la representación gráfica de la correspondiente parábola,



Luego el signo de $f'(x)$ en los intervalos a estudiar es,



Por lo tanto, $f(x)$ es creciente en el intervalo $(0, 1)$ y decreciente en $(1, +\infty)$.

b) Máximo.

Según lo estudiado anteriormente como $f(x)$ es creciente en el intervalo $(0, 1)$ y decreciente en $(1, +\infty)$, alcanza su máximo para $x = 1$.

$$f(1) = 8,5 + \frac{3 \cdot 1}{1+1^2} = 8,5 + \frac{3}{2} = 8,5 + 1,5 = 10$$

El valor máximo es 10.

c) Rendimiento.

Calculemos el rendimiento inicial, será para $x = 0$,

$$f(0) = 8,5 + \frac{3 \cdot 0}{1+0^2} = 8,5 + \frac{0}{1} = 8,5 + 0 = 8,5$$

El rendimiento a largo plazo lo calculamos mediante el siguiente límite,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(8,5 + \frac{3x}{1+x^2} \right) = 8,5 + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{1+x^2} =$$

Calculemos ahora el límite pendiente,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{1+x^2} = \left(\frac{+\infty}{+\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x} = \frac{3}{+\infty} = 0$$

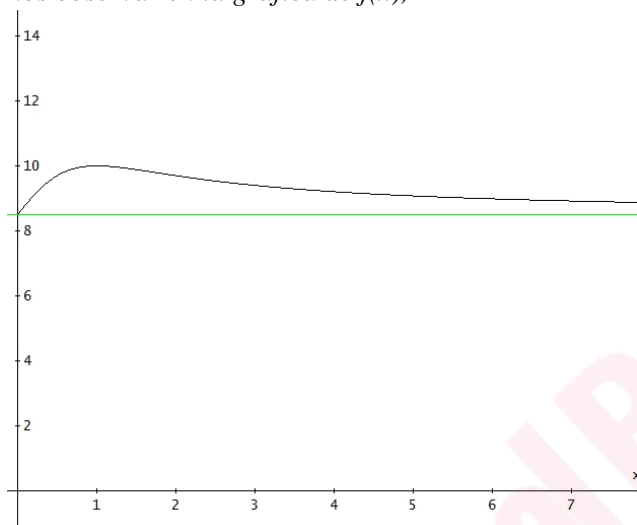
$$\stackrel{(a)}{\text{luego}} = 8,5 + 0 = 8,5$$

Respondamos a la pregunta del ejercicio,

$$\text{para } x \geq 0 \quad \frac{3x}{1+x^2} \geq 0 \quad , \text{ luego } f(x) \geq 8,5 \text{ cuando } x \geq 0$$

por lo que por mucho que pase el tiempo el rendimiento del producto se mantiene por encima del rendimiento inicial y va acercándose a este valor inicial.

Esto lo podemos observar en la gráfica de $f(x)$,



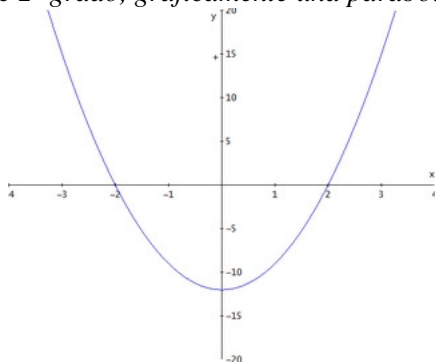
BLOQUE D**PROBLEMA D2.** Dada la función $f(x) = x^3 - 12x + 7$, se pide

- Hallar sus máximos y mínimos relativos.
- Hallar sus máximos y mínimos absolutos en el intervalo $[-3, 3]$.
- Hallar sus máximos y mínimos absolutos en el intervalo $[-4, 4]$.
- Hallar sus máximos y mínimos absolutos en el intervalo $[-5, 5]$.

*Solución:**Previo: como $f(x)$ es una función polinómica, su dominio es todos los números reales.**a) Máximos y mínimos relativos.**Debemos estudiar el signo de $f'(x)$,*

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

$$3x^2 - 12 = 0; \quad 3x^2 = 12; \quad x^2 = 4; \quad x = \pm 2$$

En la recta real marcamos los valores de x , -2 y 2 , y estudiamos el signo de $f'(x)$ teniendo en cuenta que $f'(x)$ es un polinomio de 2° grado, gráficamente una parábola, con coeficiente de x^2 positivo, es decir:*Por lo que el signo de $f'(x)$ será**Luego en $x = -2$ hay un máximo relativo y en $x = 2$ un mínimo relativo.**Calculemos los valores de $f(x)$ correspondientes,*

$$f(-2) = (-2)^3 - 12(-2) + 7 = -8 + 24 + 7 = 23$$

$$f(2) = 2^3 - 12 \cdot 2 + 7 = 8 - 24 + 7 = -9$$

*Y finalmente, $f(x)$ tiene un máximo relativo en el punto $(-2, 23)$ y un mínimo relativo en el punto $(2, -9)$.**Para contestar a los siguientes apartados debemos considerar que por ser $f(x)$ una función polinómica, es una función continua y derivable en $\mathbb{R}$. Entonces, al restringir el estudio de sus extremos absolutos a un intervalo cerrado, sabemos que estos se alcanzan en los extremos del intervalo o en los extremos relativos obtenidos en el apartado anterior.**Calcularemos los valores de la función en los extremos del intervalo correspondiente y lo compararemos con los extremos relativos. Así determinaremos los extremos absolutos.**b) Extremos absolutos en $[-3, 3]$.*

$$x = -3; \quad f(-3) = (-3)^3 - 12(-3) + 7 = -27 + 36 + 7 = 16$$

$$x = 3; \quad f(3) = 3^3 - 12 \cdot 3 + 7 = 27 - 36 + 7 = -2$$

*luego en el intervalo $[-3, 3]$ el máximo absoluto es $(-2, 23)$ y el mínimo absoluto es $(2, -9)$.**c) Extremos absolutos en $[-4, 4]$.*

$$x = -4; \quad f(-4) = (-4)^3 - 12(-4) + 7 = -64 + 48 + 7 = -9$$

$$x = 4; \quad f(4) = 4^3 - 12 \cdot 4 + 7 = 64 - 48 + 7 = 23$$

*luego en el intervalo $[-4, 4]$ los máximos absolutos son $(-2, 23)$ y $(4, 23)$ y los mínimos absolutos son $(2, -9)$ y $(-4, -9)$.**d) Extremos absolutos en $[-5, 5]$.*

$$x = -5; \quad f(-5) = (-5)^3 - 12(-5) + 7 = -125 + 60 + 7 = -58$$

$$x = 5; \quad f(5) = 5^3 - 12 \cdot 5 + 7 = 125 - 60 + 7 = 72$$

luego en el intervalo $[-5, 5]$ el máximo absoluto es $(5, 72)$ y el mínimo absoluto es $(-5, -58)$.