



**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2020–2021**

MATEMÁTICAS II

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.
 - c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.
 - d) Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan. En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
 - f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Sea la función derivable $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{ax+b}{x-1} & \text{si } x \leq 0 \\ \ln(1+x) & \text{si } x > 0 \end{cases}$

($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

- a) Determina a y b . **(1.5 puntos)**
- b) Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$. **(1 punto)**

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Halla a , b y c sabiendo que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = a + b \sin(x) + c \sin(2x)$ tiene un punto crítico en el punto de abscisa $x = \pi$ y la recta $y = -\frac{1}{2}x + 3$ es normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera la función $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (\ln(x))^2$ ($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

- a) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f , así como sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan). **(1 punto)**
- b) Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f y las rectas $y = 0$, $x = 1$, $x = e$. **(1.5 puntos)**

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Calcula $\int_0^2 \frac{1}{1 + \sqrt{e^x}} dx$. (Sugerencia: efectúa el cambio de variable $t = \sqrt{e^x}$.)



BLOQUE B

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 3x - y - 2z = 0 \\ -x + 2y + mz = 0 \end{cases}$$

- a) Calcula m para que el sistema tenga infinitas soluciones y hálalas. **(1.5 puntos)**
- b) Para $m = 2$, ¿existe alguna solución tal que $z = 1$? En caso afirmativo, calcúlala. En caso negativo, justifica la respuesta. **(1 punto)**

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, con determinante igual a 2.

- a) Calcula razonadamente $|\frac{1}{3}A^{-1}A^t|$. **(0.5 puntos)**
- b) Calcula razonadamente los determinantes

$$\begin{vmatrix} 6c & 2b & 2a \\ 3f & e & d \\ 9 & 2 & 1 \end{vmatrix} \quad y \quad \begin{vmatrix} 2a - 2b & c & b \\ 2d - 2e & f & e \\ -2 & 3 & 2 \end{vmatrix}. \quad \textbf{(2 puntos)}$$

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera las rectas

$$r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1} \quad y \quad s \equiv \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 3x - y - z = -4 \end{cases}$$

Sabiendo que dos de los lados de un cuadrado están en las rectas r y s , calcula su área.

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = 2 + m\lambda \end{cases} \quad y \quad s \equiv \begin{cases} x - y + 2z = 3 \\ x + z = 2 \end{cases}$$

- a) Estudia la posición relativa de r y s según los valores de m . **(1.5 puntos)**
- b) Para $m = 1$, calcula el coseno del ángulo que forman las rectas r y s . **(1 punto)**