

BAREMO DEL EXAMEN:

Se han de contestar tres problemas de entre los seis propuestos.

Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

Problema 1. Una empresa está especializada en la preparación de mezclas de café. Utilizando café colombiano, brasileño y kenia, la empresa quiere comercializar paquetes de 1 kg con un coste de 8,50 € el paquete. El precio de un kilo de cada clase de café es, respectivamente, de 10 €, 6 € y 8 €. Sabiendo que la cantidad de café colombiano de la mezcla ha de ser el triple de la de café brasileño, calcula el porcentaje de cada tipo de café que ha de utilizarse en la mezcla.

(Planteamiento correcto 5 puntos - Solución correcta 5 puntos)

Problema 2. Consideramos las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad y \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- Calcula la inversa de la matriz $A - B$. *(3 puntos)*
- Calcula la matriz X de dimensión 2×3 , que satisface la ecuación $XA + C = XB$. *(4 puntos)*
- ¿Es posible hacer el producto BC ? Si la respuesta es afirmativa calcula dicho producto; en caso contrario, justifica el porqué. ¿Es posible hacer el producto CB ? Si la respuesta es afirmativa calcula dicho producto; en caso contrario, justifica el porqué. *(3 puntos)*

Problema 3. Dada la función $f(x) = \frac{x^2 - 36}{x^2 - 2x - 8}$, se pide:

- Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
- Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*
- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*
- Los máximos y mínimos locales. *(2 puntos)*
- La representación gráfica de la función a partir de los resultados de los apartados anteriores. *(2 puntos)*

Problema 4. Una empresa ha estimado que los ingresos y gastos mensuales (en euros) que genera la fabricación de x unidades de un producto vienen dados por las siguientes funciones:

$$\text{Ingresos: } I(x) = 4x^2 + 800x, \quad \text{Gastos: } G(x) = 6x^2 + 460x + 672$$

- a) La empresa considera rentable el producto si el beneficio que obtiene con él es mayor o igual que 0. ¿Cuál es el número mínimo de unidades que debe fabricar la empresa para que el producto sea rentable? *(4 puntos)*
- b) ¿Cuál es el número de unidades que debe fabricar la empresa para que el beneficio sea máximo? ¿Cuál es el beneficio obtenido en este caso? *(3 puntos)*
- c) El próximo mes se introducirá una nueva normativa que obligará a la empresa a fabricar al menos 100 unidades de este producto. ¿Cuál es el máximo beneficio que podrá obtener la empresa tras la implantación de esta normativa? Justifica tu respuesta. *(3 puntos)*

Problema 5. En un sorteo, un jugador extrae dos bolas sin reemplazamiento de una urna que contiene 2 bolas blancas, 3 bolas amarillas y 5 bolas negras. El jugador consigue el primer premio si las dos bolas extraídas son blancas, consigue el segundo premio si las dos bolas extraídas son amarillas y consigue el tercer premio si una de las dos bolas extraídas es blanca y la otra no lo es. No hay más premios en el sorteo.

- a) Calcula la probabilidad de que el jugador consiga el primer o el segundo premio. *(4 puntos)*
- b) Calcula la probabilidad de que el jugador consiga el tercer premio. *(3 puntos)*
- c) Si un jugador nos dice que ha obtenido premio en el sorteo, ¿cuál es la probabilidad de que haya obtenido el tercer premio? *(3 puntos)*

Problema 6. Una determinada enfermedad afecta actualmente al 5% de la población. El único test disponible para detectar la enfermedad tiene una probabilidad del 99% de clasificar correctamente a los enfermos (probabilidad de que el test dé positivo si la persona tiene la enfermedad), mientras que la probabilidad de que el test dé negativo si la persona no está enferma es del 95%. Se pide:

- a) La probabilidad de que una persona esté enferma si ha dado positivo en el test. *(2,5 puntos)*
- b) La probabilidad de que una persona esté sana si ha dado negativo en el test. *(2,5 puntos)*
- c) La probabilidad de que el test dé el resultado correcto. *(2,5 puntos)*
- d) Existen indicios para creer que la enfermedad afecta únicamente a un 1% de la población. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona esté enferma si ha dado positivo en el test en este caso? *(2,5 puntos)*