

BAREMO DEL EXAMEN: El alumno elegirá solo TRES problemas entre los seis propuestos. Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

PROBLEMA 1. Dado el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ ax + y + z = -2 \end{cases}$$
, siendo a un

parámetro real. **Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- El estudio del sistema en función del parámetro a . (5 puntos)
- Las soluciones del sistema cuando $a = -2$. (3 puntos)
- La solución del sistema cuando $a = 0$. (2 puntos)

PROBLEMA 2. Sea la recta $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ y los puntos $P = (1, 0, 0)$ y $Q = (2, 1, \alpha)$

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- El valor de α para que la recta que pasa por P y Q sea paralela a r . (3 puntos)
- La ecuación del plano que contiene a P y Q y es paralelo a r , cuando $\alpha = 1$. (3 puntos)
- La distancia del punto Q al plano que pasa por P y es perpendicular a r , cuando $\alpha = 1$. (3 puntos)

PROBLEMA 3. Se da la función real f definida por
$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2(x-1)}.$$

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- El dominio y las asíntotas de la función f . (3 puntos)
- La integral $\int f(x) dx$, así como la primitiva de $f(x)$ cuya gráfica pasa por el punto $(2, 0)$. (3+1 puntos)
- El área de la región limitada por la curva $y = f(x)$ y las rectas $y = 0$, $x = 2$, $x = 4$. (3 puntos)

PROBLEMA 4. Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ b & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & b & -1 \end{pmatrix}$, que dependen del

del parámetro real b .

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- Los valores de b para que cada una de las matrices AB y BA tenga inversa. (3 puntos)
- Los valores de b para que la matriz $A^T A$ tenga inversa, siendo A^T la matriz traspuesta de A . (3 puntos)
- La inversa de $A^T A$, cuando dicha inversa exista. (4 puntos)

PROBLEMA 5. Se da el plano $\pi: 2x + y - z - 5 = 0$ y los puntos $A(1, 2, -1)$, $B(2, 1, 0)$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La ecuación implícita del plano que pasa por los puntos A , B y es perpendicular a π . (4 puntos)
- Las ecuaciones paramétricas de la recta r que es perpendicular a π y pasa por A . Encuentra dos planos cuya intersección sea la recta r . (1+2 puntos)
- La distancia entre el punto B y la recta r . (3 puntos)

PROBLEMA 6. En un triángulo isósceles, los dos lados iguales miden 10 centímetros cada uno.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La expresión del área $A(x)$ del triángulo, en función de la longitud x del tercer lado. (4 puntos)
- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $A(x)$, $0 \leq x \leq 20$. (4 puntos)
- La longitud x del tercer lado para que el área del triángulo sea máxima y el valor de este área. (2 puntos)