

Características de la prueba.

Se elegirán TRES bloques y se hará un problema de cada uno de ellos.

Cada problema se puntuará de 0 a 3,3, según la puntuación máxima de cada apartado.

La suma de las puntuaciones más 0,1 será la calificación de la prueba.

Cada estudiante deberá disponer de una calculadora científica o gráfica para la realización del examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria). Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos o gráficos deben estar debidamente justificados.

Bloque 1. ÁLGEBRA LINEAL.

Problema 1.1. Dado el sistema dependiente del parámetro real α
$$\begin{cases} \alpha x + y + z = 1 \\ x + \alpha y + z = 1 \\ x + y + \alpha z = 1 \end{cases}$$
, se pide:

- Determinar, razonadamente los valores de α para los que el sistema es compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible. (1,3 puntos).
- Resolver el sistema cuando es compatible determinado. (1,3 puntos).
- Obtener, razonadamente, la solución del sistema cuando $\alpha = 0$. (0,7 puntos).

Problema 1.2. Sean I y A las matrices cuadradas siguientes:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 17 & 29 \\ -10 & -17 \end{pmatrix}.$$

Se pide calcular, escribiendo

explícitamente las operaciones necesarias:

- Las matrices A^2 y A^3 . (1,8 puntos).
- Los números reales α y β para los que se verifica $(I+A)^3 = \alpha I + \beta A$. (1,8 puntos).

Bloque 2. GEOMETRÍA.

Problema 2.1. Se dan los puntos $A = (2, 1, 1)$ y $B = (1, 0, -1)$, y la recta r de ecuación

$$r: x-5 = y = \frac{z+2}{-2}$$

Se pide calcular razonadamente:

- El punto C de r que equidista de A y B . (2 puntos).
- El área del triángulo ABC . (1,3 puntos).

Problema 2.2. Dadas la recta r , intersección de los planos $y + z = 0$ y $x - 2y - 1 = 0$, y la recta s de ecuación

$$s: \frac{x}{2} = y - 1 = -z + 3,$$

- Obtener, razonadamente, las ecuaciones paramétricas de r y s . (1,1 puntos).
- Explicar de un modo razonado cuál es la posición relativa de las rectas r y s . (1,1 puntos).
- Calcular la distancia entre las rectas r y s . (1,1 puntos).

Bloque 3. ANÁLISIS.

Problema 3.1. Se considera, en el primer cuadrante, la región R del plano limitada por: el eje X , el eje Y , la recta $x = 2$

y la curva $y = \frac{1}{4+x^2}$.

- Calcular razonadamente el área de la región R . (1,5 puntos).
- Encontrar el valor de α para que la recta $x = \alpha$ divida la región R en dos partes A (izquierda) y B (derecha) tales que el área de A sea el doble que la de B . (1,8 puntos).

Problema 3.2. Se considera la función real $f(x) = x^2 - 4$. Obtener, explicando el proceso de cálculo:

- La gráfica de la curva $y = f(x)$. (2 puntos).

- b) Los valores de x para los que está definida la función real $g(x) = \ln f(x)$. (1,3 puntos).
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $g(x)$, razonando si tiene, o no, máximo absoluto. (1,3 puntos).

Bloque 4. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Problema 4.1. Una empresa decide lanzar una campaña de propaganda de uno de sus productos editando un texto que ocupa 18 cm^2 en hojas rectangulares impresas a una cara, con márgenes superior e inferior de 2 cm y laterales de 1 cm. Se pide calcular, razonadamente, las dimensiones de la hoja para las que el consumo de papel sea mínimo. (3,3 puntos).

Problema 4.2. Una ventana tiene forma de trapecio rectangular. La base menor mide 20 cm y el lado oblicuo mide 40 cm. Hallar, razonadamente, el ángulo α que debe formar el lado oblicuo con la base mayor para que el área de la ventana sea máxima. (3,3 puntos).

Nota: Un trapecio rectangular es un cuadrilátero con dos lados paralelos y en el que uno de los otros dos lados es perpendicular a estos dos lados paralelos.

Tu Profe al Rescate