

MADRID · PAU 2010 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas. Calificación total máxima: 10 puntos. Tiempo: Hora y media.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 3 puntos

Se consideran las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 \\ z = 3 - \lambda \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} x + 2y - z = -1 \\ x + y = -2 \end{cases}$$

Determinar la ecuación de la recta t que pasa por el punto $P(0, 1, -2)$ y corta a las rectas r y s .

Ejercicio 1

OPCIÓN B 3 puntos

Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y + kz = k \\ x + ky + z = k^2 \\ kx + y + z = 1 \end{cases}$$

se pide:

a) 2 puntos

Discutirlo según los valores del parámetro k .

b) 1 punto

Resolverlo para $k = 0$.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 3 puntos

El sistema $AX = B$, donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ a & 5 & a \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix},$$

tiene diferentes soluciones según sea la matriz B .

a) 1 punto

Determinar, si existen, el valor o valores de a para los que el sistema es compatible determinado (independientemente del valor de B).

b) 0,5 puntos

Si $a = 4$ y $B = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ b \end{pmatrix}$, determinar, si existen, el valor o valores de b para los que el sistema es incompatible.

c) 1,5 puntos

Si $a = 4$ y $B = \begin{pmatrix} 0 \\ c \\ 10 \end{pmatrix}$ determinar, si existen, el valor o valores de c para los que el sistema es compatible indeterminado. Resolver el sistema.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 3 puntos

Dada la función:

$$f(x) = \frac{3x^2 + 5x - 20}{x + 5}$$

se pide:

a) 1,5 puntos

Estudiar y obtener las asíntotas.

b) 1 punto

Estudiar los intervalos de concavidad y convexidad.

c) 0,5 puntos

Representar gráficamente la función.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Obtener el valor de a para que:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 3}{x^2 + 3} \right)^{ax^2} = 4$$

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Dadas las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} 2x + y - z = -2 \\ x - 2y = -1 \end{cases} \quad s \equiv \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{2}$$

se pide:

a) 1 punto

Dados los puntos $A(1, 0, -1)$ y $B(a, 3, -3)$, determinar el valor de a para que la recta t que pasa por los puntos A y B , sea paralela a la recta s .

b) 1 punto

Hallar la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s .

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

Hallar:

a) 0,5 puntos

$$\int_{14}^{16} (x-15)^8 dx$$

b) 1,5 puntos

$$\int_9^{11} (x-10)^{19} (x-9) dx$$

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

Hallar la ecuación del plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a los planos

$$\pi_1 \equiv 5x - y - 7z = 1 \quad \text{y} \quad \pi_2 \equiv 2x + 3y + z = 5$$