

MADRID · PAU 2015 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas CCSS

10 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla N(0,1) como anexo. Después de leer atentamente todas las preguntas, el-alumni deben escoger una de las dos OPCiones propuestos y responder a las cuestiones de la opción magna. Para la realización de esta prueba se pueda utilizar calculadora científica, iami que no disponga de capacité de representación gráfica o de calculo simbólico.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2 puntos

Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -2 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) puntos

Calcúlese A^{15} e indíquese si la matriz A tiene inversa.

b) puntos

Calcúlese el determinante de la matriz $(B \cdot A^t \cdot B^{-1} - 2 \cdot Id)^3$

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2 puntos

Considérese el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + y + az = a + 1 \\ ax + y + z = 1 \\ x + ay + az = a \end{cases}$$

a) puntos

Discútase el sistema en función de los valores de a .

b) puntos

Resuélvase el sistema para $a = 2$.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2 puntos

Un distribuidor de aceite acude a una almazara para comprar dos tipos de aceite, A y B. La cantidad máxima que puede comprar es de 12.000 litros en total. El aceite de tipo A cuesta 3 euros/litro y el de tipo B cuesta 2 euros/litro. Necesita adquirir al menos 2.000 litros de cada tipo de aceite. Por otra parte, el coste total por compra de aceite no debe ser superior a 30.000 euros. El beneficio que se conseguirá con la venta del aceite será de un 25% sobre el precio que ha pagado por el aceite de tipo A y de un 30% sobre el precio que ha pagado por el aceite de tipo B. ¿Cuántos litros de cada tipo de aceite se deberían adquirir para maximizar el beneficio? Obtégase el valor del beneficio máximo.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera la función real de variable real

$$f(x) = -8x^2 + 24x - 10$$

a) puntos

Calcúlense los máximos y mínimos locales de f y representese gráficamente la función.

b) puntos

Determinese el área del recinto cerrado comprendido entre la gráfica de la función f y las rectas $x = 1$, $x = 2$ e $y = 4$.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = 4x^3 - ax^2 - ax + 2$, $a \in \mathbb{R}$.

a) puntos

Determinese el valor del parámetro real a para que la función alcance un extremo relativo en $x = 1/2$. Compruébese que se trata de un mínimo.

b) puntos

Para $a = 2$, calcúlese el valor de $\int_{-1}^1 f(x)dx$.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^3}{(x-2)^2} + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

a) puntos

Estúdiase la continuidad de esta función.

b) puntos

Determinense las asíntotas de esta función.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

Se consideran los sucesos A , B y C de un experimento aleatorio tales que: $P(A) = 0,09$; $P(B) = 0,07$ y $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0,97$. Además los sucesos A y C son incompatibles.

a) puntos

Estúdiase si los sucesos A y B son independientes.

b) puntos

Calcúlese $P(A \cap B | C)$.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

La probabilidad de que un trabajador llegue puntual a su puesto de trabajo es $3/4$. Entre los trabajadores que llegan tarde, la mitad va en transporte público. Calcúlese la probabilidad de que:

a) puntos

Un trabajador elegido al azar llegue tarde al trabajo y vaya en transporte público.

b) puntos

Si se eligen tres trabajadores al azar, al menos uno de ellos llegue puntual. Supóngase que la puntualidad de cada uno de ellos es independiente de la del resto.

Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

La cantidad de fruta, medida en gramos, que contienen los botes de mermelada de una cooperativa con producción artesanal se puede aproximar mediante una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica de 10 gramos.

a) puntos

Se seleccionó una muestra aleatoria simple de 100 botes de mermelada, y la cantidad total de fruta que contenían fue de 16.000 gramos. Determinése un intervalo de confianza al 95% para la media μ .

b) puntos

A partir de una muestra aleatoria simple de 64 botes de mermelada se ha obtenido un intervalo de confianza para la media μ con un error de estimación de 2,35 gramos. Determinése el nivel de confianza utilizado para construir el intervalo.

Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

En cierta región, el gasto familiar realizado en gas natural, medido en euros, durante un mes determinado se puede aproximar mediante una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica 75 euros.

a) puntos

Determinése el mínimo tamaño muestral necesario para que al estimar la media del gasto familiar en gas natural, μ , mediante un intervalo de confianza al 95%, el error máximo cometido sea inferior a 15 euros.

b) puntos

Si la media del gasto familiar en gas natural, μ , es de 250 euros y se toma una muestra aleatoria simple de 81 familias, ¿cuál es la probabilidad de que la media muestral, $\bar{X}$, sea superior a 230 euros?