



- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.
 - c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
 - d) Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan. En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
 - f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Calcula a sabiendo que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{(\ln x)^3 + 2x} = 1$ (donde $\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Calcula los vértices y el área del rectángulo de área máxima inscrito en el recinto limitado por la gráfica de la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = -x^2 + 12$ y el eje de abscisas, y que tiene su base sobre dicho eje.

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Calcula $\int_3^8 \frac{1}{\sqrt{1+x}-1} dx$. (Sugerencia: efectúa el cambio de variable $t = \sqrt{1+x} - 1$.)

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Considera las funciones $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^3 + 2$ y $g(x) = -x^2 + 2x + 2$.

- a) Calcula los puntos de corte de las gráficas de f y g . Esboza sus gráficas. (1,25 puntos)
- b) Determina el área del recinto limitado por las gráficas de f y g en el primer cuadrante. (1,25 puntos)



BLOQUE B

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 2 & a & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

- a) Determina los valores de a para los que la matriz B no tiene inversa. **(0,5 puntos)**
- b) Para $a = 1$ calcula X tal que $AXB = C$, si es posible. **(2 puntos)**

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Se sabe que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = -2$.

- a) Calcula: $\begin{vmatrix} a & c & b \\ 2x & 2z & 2y \\ -3p & -3r & -3q \end{vmatrix}$ **(1 punto)**
- b) Calcula: $\begin{vmatrix} x & a-3p & -2a \\ y & b-3q & -2b \\ z & c-3r & -2c \end{vmatrix}$ **(1,5 puntos)**

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Considera las rectas $r \equiv x + 1 = y - a = -z$ y $s \equiv \begin{cases} x = 5 + 2\lambda \\ y = -3 \\ z = 2 - \lambda \end{cases}$

- a) Calcula a para que r y s se corten. Determina dicho punto de corte. **(1,5 puntos)**
- b) Halla la ecuación del plano que pasa por $P(8, -7, 2)$ y que contiene a la recta s . **(1 punto)**

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Sean el plano $\pi \equiv x + y - z = 2$ y la recta $r \equiv x = \frac{y}{3} = z - 1$.

- a) Calcula, si existe, el punto de intersección de π y r . **(0,75 puntos)**
- b) Dado el punto $Q(2, 6, 3)$, halla su simétrico respecto del plano π . **(1,75 puntos)**