

ANDALUCÍA · PAU 2011 · ORDINARIA

# Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

## Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

## Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Un alambre de 100 m de longitud se divide en dos trozos. Con uno de los trozos se construye un cuadrado y con el otro un rectángulo cuya base es doble que su altura. Calcula las longitudes de cada uno de los trozos con la condición de que la suma de las áreas de estas dos figuras sea mínima.

## Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = 4 - x^2$ .

a) 1 punto

Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .

b) 1,5 puntos

Determina el punto de la gráfica en el que la recta tangente es perpendicular a la recta  $x + 2y - 2 = 0$ .

## Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Determina la función  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $f''(x) = \frac{1}{x}$  y su gráfica tiene tangente horizontal en el punto  $P(1, 1)$ .

## Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Calcula:

$$\int \frac{x^3 + x^2}{x^2 + x - 2} dx$$

### Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sean  $A$  y  $B$  dos matrices cuadradas de orden 3 cuyos determinantes son  $|A| = \frac{1}{2}$  y  $|B| = -2$ . Halla:

a) 0,5 puntos

$$|A^3|$$

b) 0,5 puntos

$$|A^{-1}|$$

c) 0,5 puntos

$$|-2A|$$

d) 0,5 puntos

$|AB^t|$ , siendo  $B^t$  la matriz traspuesta de  $B$ .

e) 0,5 puntos

El rango de  $B$ .

### Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

a) 0,5 puntos

Demuestra que se verifica la igualdad  $A^3 = -I$ , siendo  $I$  la matriz identidad de orden 3.

b) 1,25 puntos

Justifica que  $A$  es invertible y halla su inversa.

c) 0,75 puntos

Calcula razonadamente  $A^{100}$ .

### Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera los puntos  $A(1, 0, 2)$  y  $B(1, 2, -1)$ .

a) 1,25 puntos

Halla un punto  $C$  de la recta de ecuación  $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = z$  que verifica que el triángulo de vértices  $A$ ,  $B$  y  $C$  tiene un ángulo recto en  $B$ .

b) 1,25 puntos

Calcula el área del triángulo de vértices  $A$ ,  $B$  y  $D$ , donde  $D$  es el punto de corte del plano de ecuación  $2x - y + 3z = 6$  con el eje  $OX$ .

### Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera los planos  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  y  $\pi_3$  dados respectivamente por las ecuaciones

$$3x - y + z - 4 = 0, \quad x - 2y + z - 1 = 0 \quad \text{y} \quad x + z - 4 = 0$$

Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto  $P(3, 1, -1)$ , es paralela al plano  $\pi_1$  y corta a la recta intersección de los planos  $\pi_2$  y  $\pi_3$ .