MATEMÁTICAS · 4.º ESO · LOMLOE

Inecuaciones

30 ejercicios de elaboración propia · Enunciados y soluciones paso a paso · tuprofealrescate.com

Cómo usar estos ejercicios

a) Están ordenados por tipo y nivel (básico, medio y avanzado); el 29 y el 30 son de ampliación.

b) Primero van todos los enunciados y después, las soluciones paso a paso.

c) Si multiplicas o divides por un número negativo, cambia el sentido de la desigualdad.

d) Comprueba cada solución con un número del intervalo y otro de fuera.

Inecuaciones de primer grado

Ejercicio 1 · Comprobar si un número es solución

Básico

Indica cuáles de los números -2, 0, 3 y 5 son solución de la inecuación $3x - 5 < x + 1$. Después, resuélvela.

Ejercicio 2 · Inecuaciones de primer grado

Básico

Resuelve:

a) $4x - 7 \geq 9$ b) $-3x + 2 > 11$ c) $5 - 2x \leq 3x + 20$

Ejercicio 3 · Inecuaciones con paréntesis

Básico

Resuelve:

a) $3(x - 2) - 2(x + 1) < 4$ b) $2(3 - x) \geq 5 - 4(x - 1)$

Ejercicio 4 · Inecuaciones con denominadores

Medio

Resuelve $\dfrac{x - 1}{2} - \dfrac{x + 2}{3} \leq 1$ y expresa la solución como intervalo.

Ejercicio 5 · Denominadores y paréntesis

Medio

Resuelve $\dfrac{x}{2} - \dfrac{x - 3}{4} > 2 - \dfrac{x + 1}{3}$. ¿Cuál es el menor número entero que cumple la inecuación?

Ejercicio 6 · Casos especiales: todos los números o ninguno

Avanzado

Resuelve e interpreta el resultado:

a) $\dfrac{2x + 1}{4} - \dfrac{x - 3}{6} > \dfrac{x}{3} + \dfrac{1}{2}$ b) $2(x + 3) - x \leq x + 1$

Representación en la recta e intervalos

Ejercicio 7 · Intervalos y recta real

Básico

Escribe cada conjunto en forma de intervalo y explica cómo se representa en la recta:

a) $x \geq -2$ b) $x < 5$ c) $-1 < x \leq 4$ d) $0 \leq x \leq 3$

Tu Profe al Rescate

Ejercicio 8 · Leer la solución en la recta

Básico

En la figura están representadas en la recta las soluciones de tres inecuaciones. Escribe cada solución con desigualdades y en forma de intervalo.



Ejercicio 9 · Resolver y expresar con intervalos

Medio

a) Resuelve $2x + 3 \leq 5x - 9$ y expresa la solución como intervalo.

b) Resuelve la doble desigualdad $-4 \leq 2x - 6 < 2$.

c) ¿Qué números enteros cumplen la desigualdad del apartado b)?

Inecuaciones de segundo grado

Ejercicio 10 · Inecuaciones de segundo grado incompletas

Básico

Resuelve:

a) $x^2 - 9 < 0$ b) $x^2 - 4x \geq 0$

Ejercicio 11 · Tabla de signos

Básico

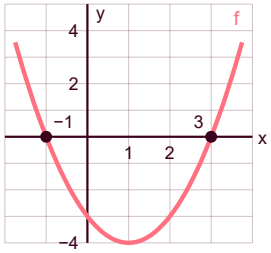
Resuelve la inecuación $x^2 - x - 6 > 0$ con una tabla de signos.

Ejercicio 12 · Método gráfico

Básico

En la figura está la gráfica de $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Úsala para resolver:

a) $x^2 - 2x - 3 < 0$ b) $x^2 - 2x - 3 \geq 0$



Ejercicio 13 · Inecuaciones de segundo grado completas

Medio

Resuelve:

a) $x^2 + 2x - 8 \leq 0$ b) $2x^2 - 5x - 3 \geq 0$

Ejercicio 14 · Coeficiente de x^2 negativo

Medio

Resuelve $-x^2 + 4x + 5 > 0$.

Ejercicio 15 · Raíz doble y sin raíces

Medio

Resuelve:

a) $x^2 - 6x + 9 > 0$ b) $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ c) $x^2 + x + 3 < 0$ d) $x^2 + x + 3 > 0$

Tu Profe al Rescate

Ejercicio 16 · Operar antes de resolver

Avanzado

Resuelve:

a) $(x-2)(x+3) \geq 2x+6$ b) $\frac{x^2}{3} - \frac{x+1}{2} < \frac{x-1}{6}$

Inecuaciones racionales

Ejercicio 17 · Inecuaciones racionales

Básico

Resuelve:

a) $\frac{x-3}{x+1} \leq 0$ b) $\frac{2x+4}{x-1} > 0$

Ejercicio 18 · Racional comparada con un número

Medio

Resuelve $\frac{x+5}{x-2} \geq 2$.

Ejercicio 19 · Inecuaciones racionales con varios factores

Avanzado

Resuelve:

a) $\frac{3}{x-1} < 1$ b) $\frac{x^2-4}{x+3} \geq 0$

Sistemas de inecuaciones con una incógnita

Ejercicio 20 · Sistemas de inecuaciones

Básico

Resuelve el sistema $\begin{cases} 2x-1 > 3 \\ x+4 \leq 10 \end{cases}$

Ejercicio 21 · Sistemas con paréntesis y denominadores

Medio

Resuelve el sistema $\begin{cases} 3(x-1) \geq x+1 \\ \frac{x+2}{3} < \frac{x-1}{2} \end{cases}$

Ejercicio 22 · Sistema sin solución

Medio

Resuelve el sistema $\begin{cases} 5-x > 2x+8 \\ 4x-3 \geq x \end{cases}$

Ejercicio 23 · Sistema con una inecuación de segundo grado

Avanzado

Resuelve el sistema $\begin{cases} x^2-5x+4 \leq 0 \\ 2x-5 > 0 \end{cases}$ e indica qué números enteros lo cumplen.

Tu Profe al Rescate

Problemas con inecuaciones

Ejercicio 24 · Problema con números

Básico

Si al doble de un número le sumas 7, el resultado es mayor que 25. ¿Qué números cumplen esta condición? ¿Cuál es el menor número entero que la cumple?

Ejercicio 25 · Problema de tarifas

Medio

Una compañía telefónica A cobra una cuota fija de 12 € al mes más $0{,}05$ € por minuto. La compañía B no tiene cuota fija y cobra $0{,}08$ € por minuto. ¿A partir de cuántos minutos al mes sale más barata la compañía A?

Ejercicio 26 · Problema de notas

Medio

Marta tiene un $4{,}5$ y un $6{,}8$ en los dos primeros exámenes de Matemáticas. La nota de la evaluación es la media de los tres exámenes. ¿Qué nota necesita en el tercero para que la media sea al menos un 6?

Ejercicio 27 · Problema de geometría con un sistema

Avanzado

El largo de un rectángulo mide 3 cm más que el ancho. Su perímetro no puede pasar de 30 cm y su área tiene que ser de al menos 28 cm². ¿Entre qué valores puede estar el ancho?

Ejercicio 28 · Problema con una inecuación de segundo grado

Avanzado

Se lanza una pelota hacia arriba y su altura, en metros, a los t segundos es $h(t) = 20t - 5t^2$. ¿Durante cuánto tiempo está la pelota a más de 15 m de altura?

Ampliación: inecuaciones lineales con dos incógnitas

Ejercicio 29 · Inecuaciones lineales con dos incógnitas

Medio

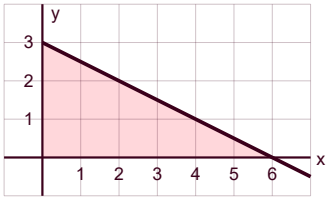
Representa gráficamente la solución de:

a) $x - 2y < 4$ b) $y \geq 2x - 1$

Ejercicio 30 · Región del plano y sistema de inecuaciones

Avanzado

La zona coloreada de la figura es un triángulo limitado por los ejes y por una recta, con los bordes incluidos.



a) Escribe el sistema de inecuaciones cuya solución es esa zona.

b) ¿Están en la zona los puntos $(2, 1)$ y $(4, 2)$?

Tu Profe al Rescate

Soluciones

Resolución paso a paso de los 30 ejercicios

Inecuaciones de primer grado

Ejercicio 1 · Comprobar si un número es solución

Básico

Un número es solución si, al sustituirlo, la desigualdad es cierta.

$x = -2$: $3(-2) - 5 = -11$ y $-2 + 1 = -1$. Como $-11 < -1$, sí es solución.

$x = 0$: $-5 < 1$, sí es solución.

$x = 3$: $4 < 4$ es falso (son iguales y la desigualdad es estricta), no es solución.

$x = 5$: $10 < 6$ es falso, no es solución.

Resolvemos como una ecuación: $3x - x < 1 + 5 \Rightarrow 2x < 6 \Rightarrow x < 3$. Coincide con lo anterior: -2 y 0 son menores que 3.

Resultado: Son solución -2 y 0. La solución es $x < 3$, es decir, $(-\infty, 3)$

Ejercicio 2 · Inecuaciones de primer grado

Básico

Se resuelven igual que una ecuación, con una regla más: si multiplicas o divides los dos miembros por un número negativo, el sentido de la desigualdad cambia.

a) $4x \geq 9 + 7 \Rightarrow 4x \geq 16 \Rightarrow x \geq 4$

b) $-3x > 11 - 2 \Rightarrow -3x > 9$. Dividimos entre -3 y cambia el sentido: $x < -3$

c) $-2x - 3x \leq 20 - 5 \Rightarrow -5x \leq 15$. Dividimos entre -5 y cambia el sentido: $x \geq -3$

Resultado: a) $x \geq 4$ b) $x < -3$ c) $x \geq -3$

Ejercicio 3 · Inecuaciones con paréntesis

Básico

Primero quitamos los paréntesis (cuidado con el signo menos delante), después agrupamos y despejamos.

a) $3x - 6 - 2x - 2 < 4 \Rightarrow x - 8 < 4 \Rightarrow x < 12$

b) $6 - 2x \geq 5 - 4x + 4 \Rightarrow -2x + 4x \geq 9 - 6 \Rightarrow 2x \geq 3 \Rightarrow x \geq \frac{3}{2}$

Resultado: a) $x < 12$ b) $x \geq \frac{3}{2}$

Ejercicio 4 · Inecuaciones con denominadores

Medio

Multiplicamos los dos miembros por el m.c.m. de los denominadores, 6. Es positivo, así que el sentido no cambia.

$$3(x - 1) - 2(x + 2) \leq 6$$

Quitamos paréntesis: $3x - 3 - 2x - 4 \leq 6 \Rightarrow x - 7 \leq 6 \Rightarrow x \leq 13$

Resultado: $x \leq 13$, es decir, $(-\infty, 13]$

Ejercicio 5 · Denominadores y paréntesis

Medio

El m.c.m. de 2, 4 y 3 es 12. Multiplicamos todos los términos, también el 2 que no tiene denominador:

$$6x - 3(x-3) > 24 - 4(x+1)$$

Quitamos paréntesis: $6x - 3x + 9 > 24 - 4x - 4 \Rightarrow 3x + 9 > 20 - 4x$

Agrupamos: $3x + 4x > 20 - 9 \Rightarrow 7x > 11 \Rightarrow x > \dfrac{11}{7}$

Como $\dfrac{11}{7} \approx 1{,}57$, el menor entero mayor que $\dfrac{11}{7}$ es 2.

Resultado: $x > \dfrac{11}{7}$, es decir, $\left(\dfrac{11}{7}, +\infty\right)$. El menor entero es 2

Ejercicio 6 · Casos especiales: todos los números o ninguno

Avanzado

A veces la x desaparece al agrupar. Si queda una desigualdad numérica cierta, la cumple cualquier número; si queda una falsa, no hay solución.

a) Multiplicamos por 12: $3(2x+1) - 2(x-3) > 4x + 6$

$$6x + 3 - 2x + 6 > 4x + 6 \Rightarrow 4x + 9 > 4x + 6 \Rightarrow 9 > 6$$

Es cierto para cualquier valor de x: la solución son todos los números reales.

b) $2x + 6 - x \leq x + 1 \Rightarrow x + 6 \leq x + 1 \Rightarrow 6 \leq 1$

Es falso para cualquier valor de x: la inecuación no tiene solución.

Resultado: a) Todos los números reales b) No tiene solución

Representación en la recta e intervalos

Ejercicio 7 · Intervalos y recta real

Básico

Si el extremo está incluido ($\leq$ o $\geq$) se usa corchete y un punto relleno; si no lo está ($<$ o $>$), paréntesis y un punto hueco. El infinito siempre lleva paréntesis.

a) $[-2, +\infty)$: punto relleno en -2 y semirrecta hacia la derecha.

b) $(-\infty, 5)$: punto hueco en 5 y semirrecta hacia la izquierda.

c) $(-1, 4]$: segmento entre -1 (hueco) y 4 (relleno).

d) $[0, 3]$: segmento entre 0 y 3, con los dos puntos rellenos.

Resultado: a) $[-2, +\infty)$ b) $(-\infty, 5)$ c) $(-1, 4]$ d) $[0, 3]$

Ejercicio 8 · Leer la solución en la recta

Básico

Miramos los extremos (punto relleno: incluido; punto hueco: no incluido) y hacia dónde va la parte marcada.

a) Punto relleno en -3 y todo lo que está a su derecha: $x \geq -3$, es decir, $[-3, +\infty)$.

b) Punto hueco en 2 y todo lo que está a su izquierda: $x < 2$, es decir, $(-\infty, 2)$.

Tu Profe al Rescate

c) Segmento entre -1 (relleno) y 4 (hueco): $-1 \leq x < 4$, es decir, $[-1, 4)$.

Resultado: a) $x \geq -3$, $[-3, +\infty)$ b) $x < 2$, $(-\infty, 2)$ c) $-1 \leq x < 4$, $[-1, 4)$

Ejercicio 9 · Resolver y expresar con intervalos

Medio

a) $2x - 5x \leq -9 - 3 \Rightarrow -3x \leq -12$. Dividimos entre -3 y cambia el sentido: $x \geq 4$

b) En una doble desigualdad se hace la misma operación en las tres partes. Sumamos 6:

$$2 \leq 2x < 8$$

Dividimos entre 2: $1 \leq x < 4$

c) Los enteros del intervalo $[1, 4)$ son 1, 2 y 3 (el 4 no está incluido).

Resultado: a) $[4, +\infty)$ b) $[1, 4)$ c) 1, 2 y 3

Inecuaciones de segundo grado

Ejercicio 10 · Inecuaciones de segundo grado incompletas

Básico

Método: igualamos a cero para hallar las raíces, que dividen la recta en intervalos, y estudiamos el signo en cada intervalo con un valor de prueba.

a) $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$. Probamos: con $x = -4$ sale 7 (positivo); con $x = 0$ sale -9 (negativo) y con $x = 4$ sale 7 (positivo).

Queremos los valores negativos, que están entre las raíces. Los extremos no se incluyen porque la desigualdad es estricta.

b) $x(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0$ o $x = 4$. Probamos: con $x = -1$ sale 5 (positivo); con $x = 1$ sale -3 (negativo) y con $x = 5$ sale 5 (positivo).

Queremos positivo o cero: los dos intervalos de fuera, con los extremos incluidos.

Tabla de signos del apartado b):

x	$(-\infty, 0)$	$(0, 4)$	$(4, +\infty)$
x	−	+	+
$x - 4$	−	−	+
$x(x - 4)$	+	−	+

Resultado: a) $(-3, 3)$ b) $(-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$

Ejercicio 11 · Tabla de signos

Básico

Raíces: $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \dfrac{1 \pm 5}{2}$, así que $x = 3$ y $x = -2$. Por tanto, $x^2 - x - 6 = (x + 2)(x - 3)$.

Las raíces dividen la recta en tres intervalos. Estudiamos el signo de cada factor:

En $(-\infty, -2)$, con $x = -3$: $(x + 2) < 0$ y $(x - 3) < 0$, el producto es positivo.

En $(-2, 3)$, con $x = 0$: $(x + 2) > 0$ y $(x - 3) < 0$, el producto es negativo.

En $(3, +\infty)$, con $x = 4$: los dos factores son positivos, el producto es positivo.

Queremos el producto positivo. Las raíces no entran porque la desigualdad es estricta.

Tabla de signos:

x	$(-\infty,-2)$	$(-2,3)$	$(3,+\infty)$
$x+2$	−	+	+
$x-3$	−	−	+
$(x+2)(x-3)$	+	−	+

Resultado: $(-\infty,-2)\cup(3,+\infty)$

Ejercicio 12 · Método gráfico

Básico

Con el método gráfico, $f(x)<0$ son los valores de x en los que la parábola está por debajo del eje X, y $f(x)>0$, aquellos en los que está por encima.

La parábola corta al eje X en $x=-1$ y $x=3$. Comprobación: $f(-1)=1+2-3=0$ y $f(3)=9-6-3=0$.

a) La parábola está por debajo del eje entre -1 y 3. Los puntos de corte no entran (desigualdad estricta).

b) Está por encima del eje a la izquierda de -1 y a la derecha de 3. Ahora sí entran los puntos de corte, porque en ellos $f(x)=0$.

Resultado: a) $(-1,3)$ b) $(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$

Ejercicio 13 · Inecuaciones de segundo grado completas

Medio

Hallamos las raíces con la fórmula general y estudiamos el signo en cada intervalo.

a) $x=\dfrac{-2\pm\sqrt{4+32}}{2}=\dfrac{-2\pm6}{2}$, así que $x=2$ y $x=-4$.

Con $x=0$ sale $-8\leq 0$: el intervalo central es solución. Los de fuera no (con $x=3$ sale 7). Las raíces sí entran.

b) $x=\dfrac{5\pm\sqrt{25+24}}{4}=\dfrac{5\pm7}{4}$, así que $x=3$ y $x=-\dfrac{1}{2}$.

Con $x=0$ sale -3, que no cumple. Con $x=-1$ sale $2+5-3=4$ y con $x=4$ sale $32-20-3=9$: los dos intervalos de fuera son solución, con las raíces incluidas.

Tabla de signos del apartado a):

x	$(-\infty,-4)$	$(-4,2)$	$(2,+\infty)$
$x+4$	−	+	+
$x-2$	−	−	+
x^2+2x-8	+	−	+

Resultado: a) $[-4,2]$ b) $\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right]\cup[3,+\infty)$

Ejercicio 14 · Coeficiente de x^2 negativo

Medio

Es más cómodo trabajar con el coeficiente de x^2 positivo. Multiplicamos por -1 y cambiamos el sentido:

$$x^2 - 4x - 5 < 0$$

Raíces: $x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16+20}}{2} = \dfrac{4 \pm 6}{2}$, así que $x = 5$ y $x = -1$.

La parábola $y = x^2 - 4x - 5$ es negativa entre las raíces. Con $x = 0$ sale $-5 < 0$, que lo confirma.

Comprobación en la inecuación original con $x = 0$: $0 + 0 + 5 = 5 > 0$.

Resultado: $(-1, 5)$

Ejercicio 15 · Raíz doble y sin raíces

Medio

Si el discriminante es cero o negativo, la parábola toca el eje en un solo punto o no lo corta, y el signo es fácil de ver.

a) $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$. Un cuadrado nunca es negativo y solo vale 0 en $x = 3$. Es positivo para todos los números salvo el 3.

b) $(x-3)^2 \leq 0$ solo se cumple cuando vale 0, es decir, en $x = 3$.

c) $\Delta = 1 - 12 = -11 < 0$: no hay raíces. La parábola va hacia arriba y no corta al eje, así que siempre es positiva. Con $x = 0$ sale $3 > 0$. Nunca es negativa: no hay solución.

d) Por lo mismo, se cumple para cualquier número real.

Resultado: a) Todos los números reales salvo el 3 b) $x = 3$ c) No tiene solución d) Todos los números reales

Ejercicio 16 · Operar antes de resolver

Avanzado

Primero dejamos la inecuación en la forma $ax^2 + bx + c$ comparado con 0. Después buscamos las raíces y estudiamos el signo.

a) $x^2 + x - 6 \geq 2x + 6 \Rightarrow x^2 - x - 12 \geq 0$

Raíces: $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \dfrac{1 \pm 7}{2}$, así que $x = 4$ y $x = -3$. Con $x = 0$ sale -12, que no cumple: la solución son los intervalos de fuera.

b) Multiplicamos por 6: $2x^2 - 3(x+1) < x - 1 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 3 - x + 1 < 0 \Rightarrow 2x^2 - 4x - 2 < 0$

Dividimos entre 2: $x^2 - 2x - 1 < 0$. Raíces: $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = \dfrac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$

Con $x = 0$ sale $-1 < 0$: la solución es el intervalo entre las raíces, $1 - \sqrt{2} \approx -0{,}41$ y $1 + \sqrt{2} \approx 2{,}41$.

Resultado: a) $(-\infty, -3] \cup [4, +\infty)$ b) $(1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$

Inecuaciones racionales

Ejercicio 17 · Inecuaciones racionales

Básico

Buscamos dónde se anulan el numerador y el denominador, y estudiamos el signo de la fracción en cada intervalo. El valor que anula el denominador nunca es solución.

a) Numerador: $x = 3$. Denominador: $x = -1$.

Con $x = -2$: $\dfrac{-5}{-1} = 5$ (no cumple). Con $x = 0$: $\dfrac{-3}{1} = -3$ (cumple). Con $x = 4$: $\dfrac{1}{5}$ (no cumple).

$x = 3$ da 0 y entra; $x = -1$ no entra porque anula el denominador.

b) Numerador: $x = -2$. Denominador: $x = 1$.

Con $x = -3$: $\dfrac{-2}{-4} = \dfrac{1}{2}$ (cumple). Con $x = 0$: $\dfrac{4}{-1} = -4$ (no cumple). Con $x = 2$: $\dfrac{8}{1} = 8$ (cumple).

Tabla de signos del apartado a):

x	$(-\infty, -1)$	$(-1, 3)$	$(3, +\infty)$
$x - 3$	−	−	+
$x + 1$	−	+	+
$\dfrac{x-3}{x+1}$	+	−	+

Resultado: a) $(-1, 3]$ b) $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$

Ejercicio 18 · Racional comparada con un número

Medio

No se puede multiplicar por $x - 2$, porque no sabemos si es positivo o negativo. Pasamos el 2 al primer miembro y hacemos una sola fracción:

$$\frac{x+5}{x-2} - 2 \geq 0 \Rightarrow \frac{x+5-2(x-2)}{x-2} \geq 0 \Rightarrow \frac{9-x}{x-2} \geq 0$$

Numerador: $x = 9$. Denominador: $x = 2$.

Con $x = 0$: $\dfrac{9}{-2} < 0$ (no cumple). Con $x = 3$: $\dfrac{6}{1} > 0$ (cumple). Con $x = 10$: $\dfrac{-1}{8} < 0$ (no cumple).

El 9 entra (la fracción vale 0) y el 2 no. Comprobación con $x = 9$: $\dfrac{14}{7} = 2 \geq 2$.

Tabla de signos:

x	$(-\infty, 2)$	$(2, 9)$	$(9, +\infty)$
$9 - x$	+	+	−
$x - 2$	−	+	+
$\dfrac{9-x}{x-2}$	−	+	−

Resultado: $(2, 9]$

Tu Profe al Rescate

Ejercicio 19 · Inecuaciones racionales con varios factores

Avanzado

a) Pasamos todo a un miembro: $\dfrac{3}{x-1} - 1 < 0 \Rightarrow \dfrac{3-(x-1)}{x-1} < 0 \Rightarrow \dfrac{4-x}{x-1} < 0$

Críticos: $x = 4$ y $x = 1$. Con $x = 0$: $\dfrac{4}{-1} < 0$ (cumple). Con $x = 2$: $\dfrac{2}{1} > 0$ (no cumple). Con $x = 5$: $\dfrac{-1}{4} < 0$ (cumple).

Ninguno de los dos entra: la desigualdad es estricta y además $x = 1$ anula el denominador.

b) Factorizamos el numerador: $\dfrac{(x+2)(x-2)}{x+3} \geq 0$. Críticos: -3, -2 y 2.

Con $x = -4$: $\dfrac{(-)(-)}{(-)} < 0$ (no). Con $x = -2{,}5$: $\dfrac{(-)(-)}{(+)} > 0$ (sí). Con $x = 0$: $\dfrac{(+)(-)}{(+)} < 0$ (no). Con $x = 3$: todo positivo (sí).

Entran -2 y 2 (la fracción vale 0), pero no -3.

Tabla de signos del apartado b):

x	$(-\infty, -3)$	$(-3, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, +\infty)$
$x+3$	−	+	+	+
$x+2$	−	−	+	+
$x-2$	−	−	−	+
$\dfrac{x^2-4}{x+3}$	−	+	−	+

Resultado: a) $(-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$ b) $(-3, -2] \cup [2, +\infty)$

Sistemas de inecuaciones con una incógnita

Ejercicio 20 · Sistemas de inecuaciones

Básico

Resolvemos cada inecuación por separado. La solución del sistema son los números que cumplen las dos a la vez: la intersección.

Primera: $2x > 4 \Rightarrow x > 2$

Segunda: $x \leq 6$

Los números mayores que 2 y menores o iguales que 6 forman el intervalo $(2, 6]$.

Resultado: $(2, 6]$

Ejercicio 21 · Sistemas con paréntesis y denominadores

Medio

Primera: $3x - 3 \geq x + 1 \Rightarrow 2x \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$

Segunda: multiplicamos por 6: $2(x+2) < 3(x-1) \Rightarrow 2x + 4 < 3x - 3 \Rightarrow -x < -7 \Rightarrow x > 7$

Intersección: los números que son a la vez mayores o iguales que 2 y mayores que 7 son los mayores que 7.

Resultado: $(7, +\infty)$

Ejercicio 22 · Sistema sin solución

Medio

Primera: $-x-2x>8-5 \Rightarrow -3x>3 \Rightarrow x<-1$ (dividimos entre -3 y cambia el sentido).

Segunda: $4x-x \geq 3 \Rightarrow 3x \geq 3 \Rightarrow x \geq 1$

Ningún número es a la vez menor que -1 y mayor o igual que 1: los dos intervalos no se cortan.

Resultado: No tiene solución

Ejercicio 23 · Sistema con una inecuación de segundo grado

Avanzado

Primera: raíces $x=\dfrac{5\pm\sqrt{25-16}}{2}=\dfrac{5\pm 3}{2}$, así que $x=4$ y $x=1$. Con $x=2$ sale $4-10+4=-2\leq 0$: la solución es $[1,4]$.

Segunda: $2x>5 \Rightarrow x>\dfrac{5}{2}$

Intersección de $[1,4]$ y $\left(\dfrac{5}{2},+\infty\right)$: desde $\dfrac{5}{2}$ (sin incluir) hasta 4 (incluido).

Los enteros de ese intervalo son 3 y 4.

Resultado: $\left(\dfrac{5}{2},4\right]$. Enteros: 3 y 4

Problemas con inecuaciones

Ejercicio 24 · Problema con números

Básico

Llamamos x al número. «El doble de un número más 7 es mayor que 25»:

$$2x+7>25 \Rightarrow 2x>18 \Rightarrow x>9$$

El 9 no vale ($2\cdot 9+7=25$, que no es mayor que 25). El menor entero es el 10: $2\cdot 10+7=27>25$.

Resultado: Los números mayores que 9. El menor entero es 10

Ejercicio 25 · Problema de tarifas

Medio

Llamamos x a los minutos al mes. Lo que se paga en A tiene que ser menor que lo que se paga en B:

$$12+0{,}05x<0{,}08x \Rightarrow 12<0{,}03x \Rightarrow x>\frac{12}{0{,}03}=400$$

Comprobación: con 400 minutos se paga lo mismo en las dos (32 €); con 500, A cuesta 37 € y B, 40 €.

Resultado: Cuando se hablan más de 400 minutos al mes

Ejercicio 26 · Problema de notas

Medio

Llamamos x a la nota del tercer examen. «Al menos 6» significa mayor o igual que 6:

$$\frac{4{,}5+6{,}8+x}{3}\geq 6 \Rightarrow 11{,}3+x\geq 18 \Rightarrow x\geq 6{,}7$$

Además, una nota no puede pasar de 10, así que $6{,}7\leq x\leq 10$.

Comprobación: $\frac{4{,}5+6{,}8+6{,}7}{3}=\frac{18}{3}=6$.

Resultado: Necesita al menos un $6{,}7$

Ejercicio 27 · Problema de geometría con un sistema

Avanzado

Llamamos x al ancho (en cm), con $x>0$. El largo es $x+3$. Las dos condiciones forman un sistema:

$$\begin{cases} 2x+2(x+3)\le 30 \\ x(x+3)\ge 28 \end{cases}$$

Perímetro: $4x+6\le 30 \Rightarrow 4x\le 24 \Rightarrow x\le 6$

Área: $x^2+3x-28\ge 0$. Raíces: $x=\frac{-3\pm\sqrt{9+112}}{2}=\frac{-3\pm 11}{2}$, así que $x=4$ y $x=-7$. Se cumple para $x\le -7$ o $x\ge 4$; como $x>0$, queda $x\ge 4$.

Intersección: $4\le x\le 6$. Comprobación con $x=4$: área $4\cdot 7=28$ cm²; con $x=6$: perímetro $2\cdot 6+2\cdot 9=30$ cm.

Resultado: El ancho está entre 4 y 6 cm (ambos incluidos)

Ejercicio 28 · Problema con una inecuación de segundo grado

Avanzado

Planteamos $h(t)>15$:

$$20t-5t^2>15 \Rightarrow -5t^2+20t-15>0$$

Dividimos entre -5 y cambia el sentido: $t^2-4t+3<0$

Raíces: $t=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\frac{4\pm 2}{2}$, así que $t=1$ y $t=3$. Con $t=2$ sale $4-8+3=-1<0$: se cumple entre las raíces.

La pelota está por encima de 15 m entre el segundo 1 y el segundo 3. Comprobación: $h(1)=20-5=15$ y $h(3)=60-45=15$.

Resultado: Durante 2 segundos (entre $t=1$ s y $t=3$ s)

Ampliación: inecuaciones lineales con dos incógnitas

Ejercicio 29 · Inecuaciones lineales con dos incógnitas

Medio

La solución es un semiplano. Se dibuja la recta (continua si la desigualdad incluye el igual, discontinua si no) y se prueba un punto que no esté en ella, por ejemplo el $(0,0)$.

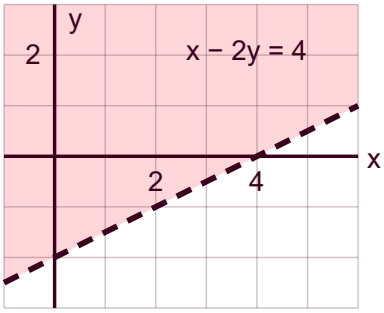
a) Recta $x-2y=4$: pasa por $(0,-2)$ y $(4,0)$. Va discontinua porque la desigualdad es estricta.

Probamos $(0,0)$: $0-0=0<4$, se cumple. La solución es el semiplano que contiene al origen, es decir, el que queda por encima de la recta.

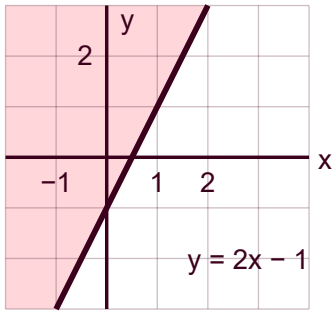
b) Recta $y=2x-1$: pasa por $(0,-1)$ y $(1,1)$. Va continua porque hay igual.

Probamos $(0,0)$: $0 \geq -1$, se cumple. La solución es el semiplano de arriba (el del origen), con la recta incluida.

a)



b)



Resultado: a) Semiplano por encima de la recta $x - 2y = 4$, sin la recta b) Semiplano por encima de la recta $y = 2x - 1$, con la recta

Ejercicio 30 · Región del plano y sistema de inecuaciones

Avanzado

a) La recta pasa por $(6,0)$ y $(0,3)$. Su ecuación es $x + 2y = 6$ (comprobación: $6 + 0 = 6$ y $0 + 6 = 6$).

El origen está en la zona y cumple $0 + 0 \leq 6$, así que la zona está en el semiplano $x + 2y \leq 6$. Además, la zona está a la derecha del eje Y ($x \geq 0$) y por encima del eje X ($y \geq 0$):

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 6 \end{cases}$$

b) $(2,1)$: $2 \geq 0$, $1 \geq 0$ y $2 + 2 = 4 \leq 6$. Sí está.

$(4,2)$: $4 + 4 = 8$, que es mayor que 6. No está.

Resultado: a) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 6 \end{cases}$ b) $(2,1)$ sí; $(4,2)$ no