

ANDALUCÍA · PAU 2012 · CONVOCATORIA NO ESPECIFICADA · EXAM 1

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea la función $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{1}{x} + \ln(x)$ donde $\ln$ denota la función logaritmo neperiano.

a) 1,75 puntos

Halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) en el intervalo $[\frac{1}{e}, e]$

b) 0,75 puntos

Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = e$.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea f la función definida por $f(x) = \frac{2x^2}{(x+1)(x-2)}$ para $x \neq -1$ y $x \neq 2$.

a) 1 punto

Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de f .

b) 1 punto

Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

c) 0,5 puntos

Calcula, si existe, algún punto de la gráfica de f donde ésta corta a la asíntota horizontal.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sean $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = \sin(x)$ y $g(x) = \cos(x)$ respectivamente.

a) 0,75 puntos

Realiza un esbozo de las gráficas de f y g en el intervalo $[0, \frac{\pi}{2}]$

b) 1,75 puntos

Calcula el área total de los recintos limitados por ambas gráficas y las rectas $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{2}$.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 \cos(x)$. Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(\pi, 0)$.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

y

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Determina, si existe, la matriz X que verifica $AXB = C^t$, siendo C^t la matriz traspuesta de C .

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} kx + 2y = 3 \\ -x + 2kz = -1 \\ 3x - y - 7z = k + 1 \end{cases}$$

a) 1,75 puntos

Estudia el sistema para los distintos valores del parámetro k .

b) 0,75 puntos

Resuélvelo para $k = 1$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

El punto $M(1, -1, 0)$ es el centro de un paralelogramo y $A(2, 1, -1)$ y $B(0, -2, 3)$ son dos vértices consecutivos del mismo.

a) 1 punto

Halla la ecuación general del plano que contiene al paralelogramo.

b) 1,5 puntos

Determina uno de los otros dos vértices y calcula el área de dicho paralelogramo.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Calcula de manera razonada la distancia del eje OX a la recta r de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 2x - 3y - z = 0 \end{cases}$$