MADRID · PAU 2018 · ORDINARIA

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla N(0,1) como anexo. Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada. CALIFICACIÓN: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado. Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas. TIEMPO: 90 minutos.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + my = 1 \\ -2x - (m+1)y + z = -1 \\ x + (2m-1)y + (m+2)z = 2 + 2m \end{cases}$$

se pide:

a) 2 puntos

Discutir el sistema en función del parámetro m.

b) 0,5 puntos

Resolver el sistema en el caso $m = 0$.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} m & 0 & 2 \\ -2 & 4 & m \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, se pide:

a) 1 punto

Obtener los valores del parámetro m para los que la matriz A admite inversa.

b) 1 punto

Para $m = 0$, calcular $A \cdot B$ y $A^{-1} \cdot B$.

c) 0,5 puntos

Calcular $B \cdot B^t$ y $B^t \cdot B$, donde B^t denota la matriz traspuesta de B.

Tu Profe al Rescate

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

a) 1,5 puntos

En un experimento en un laboratorio se han realizado 5 medidas del mismo objeto, que han dado los resultados siguientes: $m_1 = 0{,}92, m_2 = 0{,}94, m_3 = 0{,}89, m_4 = 0{,}90, m_5 = 0{,}91$. Se tomará como resultado el valor de x tal que la suma de los cuadrados de los errores sea mínima. Es decir, el valor para el que la función $E(x) = (x - m_1)^2 + (x - m_2)^2 + \cdots + (x - m_5)^2$ alcanza el mínimo. Calcule dicho valor x.

b) 1 punto

Aplique el método de integración por partes para calcular la integral $\int_1^2 x^2 \ln(x) dx$, donde $\ln$ significa logaritmo neperiano.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Dada la función $f(x) = \frac{|x|}{\sqrt{x^2+9}}$, se pide:

a) 0,5 puntos

Determinar, si existen, las asíntotas horizontales de $f(x)$.

b) 0,75 puntos

Calcular $f'(4)$.

c) 1,25 puntos

Hallar el área del recinto limitado por la curva $y = f(x)$, el eje OX y las rectas $x = -1$ y $x = 1$.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Dados los planos $\pi_1 \equiv 4x + 6y - 12z + 1 = 0, \pi_2 \equiv -2x - 3y + 6z - 5 = 0$, se pide:

a) 1 punto

Calcular el volumen de un cubo que tenga dos de sus caras en dichos planos.

b) 1,5 puntos

Para el cuadrado de vértices consecutivos $ABCD$, con $A(2, 1, 3)$ y $B(1, 2, 3)$, calcular los vértices C y D, sabiendo que C pertenece a los planos π_2 y $\pi_3 \equiv x - y + z = 2$.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Dados el punto $P(1, 1, 1)$ y las rectas $r \equiv \begin{cases} 2x + y = 2 \\ 5x + z = 6 \end{cases}$ y $s \equiv \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1/3}$, se pide:

a) 1 punto

Hallar la distancia del punto P a la recta r.

b) 1 punto

Estudiar la posición relativa de las rectas r y s.

c) 0,5 puntos

Hallar el plano perpendicular a la recta s y que pasa por el punto P.

Tu Profe al Rescate

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

El 60% de las ventas en unos grandes almacenes corresponden a artículos con precios rebajados. Los clientes devuelven el 15% de los artículos que compran rebajados, porcentaje que disminuye al 8% si los artículos han sido adquiridos sin rebajas.

a) 1,25 puntos

Determine el porcentaje global de artículos devueltos.

b) 1,25 puntos

¿Qué porcentaje de artículos devueltos fueron adquiridos con precios rebajados?

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

En una fábrica se elaboran dos tipos de productos: A y B. El 75% de los productos fabricados son de tipo A y el 25% de tipo B. Los productos de tipo B salen defectuosos un 5% de las veces, mientras que los de tipo A salen defectuosos un $2{,}5\%$ de las veces.

a) 1 punto

Si se fabrican 5000 productos en un mes, ¿cuántos de ellos se espera que sean defectuosos?

b) 1,5 puntos

Un mes, por motivos logísticos, se cambió la producción, de modo que se fabricaron exclusivamente productos de tipo A. Sabiendo que se fabricaron 6000 unidades, determinar, aproximando la distribución por una normal, la probabilidad de que haya más de 160 unidades defectuosas.

Tu Profe al Rescate