

BAREMO DEL EXAMEN:

Se han de contestar tres problemas de entre los seis propuestos.

Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

Problema 1. Consideramos las matrices $A = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -2 & -2 \end{pmatrix}$.

a) Justifica cuales de las siguientes operaciones se pueden realizar y efectúa las que sean realizables.

a.1) $B + 2CA$ (1 punto)

a.2) $A - (BC)^T$, siendo $(BC)^T$ la matriz traspuesta de BC . (2 puntos)

a.3) CAB (2 puntos)

b) Resuelve la ecuación matricial

$$\frac{1}{5}(B + AX) = C^T,$$

siendo C^T la matriz traspuestas de C . (5 puntos)

Problema 2. Un vendedor dispone de café colombiano y café brasileño, y con ellos realiza mezclas que pone a la venta. Si mezcla a partes iguales los dos tipos de café, obtiene una mezcla que vende a 15 euros el kilo; si la proporción en la mezcla es de una parte de café colombiano por tres partes de café brasileño, vende la mezcla resultante a 10 euros el kilo. El vendedor dispone de 100 kilos de café colombiano y de 210 kilos de café brasileño. Desea hacer las dos mezclas de modo que sus ingresos por venta sean máximos.

a) Halla cuántos kilos de cada mezcla debe producir para obtener el ingreso máximo. (8 puntos)

b) ¿Cuál es dicho ingreso máximo? (2 puntos)

Problema 3. Se considera la función $f(x) = \frac{3x^2 - 4x - 4}{x^2 - x - 1}$. Se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. (2 puntos)

b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. (2 puntos)

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. (2 puntos)

d) Los máximos y mínimos locales, si existen. (2 puntos)

e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. (2 puntos)

Problema 4. Una máquina está productiva durante un año desde su compra. Se sabe que el rendimiento (en porcentaje) que tiene la máquina meses después de su compra viene dado por la función

$$f(x) = \frac{1}{10} (800 + 15x + 6x^2 - x^3)$$

para cualquier x entre 0 y 12.

- ¿Es el rendimiento que tiene la máquina un mes después de su compra superior al rendimiento que tiene dos meses después de su compra? *(2 puntos)*
- ¿Tras cuántos meses después de su compra alcanza la máquina su mayor rendimiento?; ¿cuál es dicho rendimiento máximo? *(4 puntos)*
- A lo largo del año, ¿tiene en algún momento la máquina un rendimiento inferior al 10%? *(4 puntos)*

Problema 5. Dados dos sucesos A y B , se sabe que $P(B) = 0,4$, $P(A^c \cap B^c) = 0,2$ y $P(A \cap B) = 0,3$, siendo A^c y B^c los sucesos complementarios de A y B , respectivamente. Se pide:

- Calcula la probabilidad del suceso $A \cup B$. *(2'5 puntos)*
- Calcula la probabilidad de que solamente se verifique uno de los sucesos. *(2'5 puntos)*
- Calcula la probabilidad de B condicionado a A . *(2'5 puntos)*
- ¿Son independientes los sucesos A y B ? *(2'5 puntos)*

Problema 6. El director de una entidad que audita la contabilidad de empresas sabe, por experiencias pasadas, que cuando se hace una auditoría el 30% de las empresas merece una calificación de «Excelente», el 50% de las empresas merece la calificación de «Aceptable» y el 20% restante merece una calificación de «Deficiente». El director también sabe que entre los auditores de su entidad hay un 90% de auditores que siempre auditan correctamente y dan a cada empresa la calificación que merece; pero hay un 10% de auditores que no auditan correctamente y dan siempre una calificación de «Aceptable».

- ¿Qué proporción de empresas auditadas por esa entidad recibe la calificación de «Deficiente»? *(3 puntos)*
- ¿Qué proporción de empresas auditadas por esa entidad recibe la calificación que realmente merece? *(3 puntos)*
- Para analizar si un determinado auditor audita correctamente o no, el director le encarga que audite la contabilidad de una empresa escogida al azar. No sabemos cuál es la calificación que merece esa empresa. Si el auditor da la calificación de «Aceptable», ¿cuál es la probabilidad de que este auditor sea uno de los que siempre auditan correctamente? *(4 puntos)*