

**Instrucciones:**

- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
- Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.
- Este examen consta de seis ejercicios distribuidos en una parte con dos ejercicios obligatorios y una parte con dos bloques con dos ejercicios optativos cada uno.
- Deberá resolver los dos ejercicios obligatorios y solamente un ejercicio de cada uno de los dos bloques con optatividad. En caso de responder a dos ejercicios de un bloque optativo, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.
- Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos. En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. Se permitirá el uso de regla.

PARTE OBLIGATORIA. Resuelve los dos ejercicios siguientes:

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

La contaminación por dióxido de nitrógeno, NO_2 , en cierta estación de medición de una ciudad, durante el pasado mes de abril, se puede modelar por la función:

$$c(t) = 80 - 6t + \frac{23t^2}{20} - \frac{t^3}{30},$$

medido en mg/m^3 , donde $t \in [0, 30]$ representa el tiempo, expresado en días, transcurrido desde las 0 horas del día 1 de abril.

- [0,5 puntos]** ¿Qué nivel de NO_2 había a las 12 horas del día 10 de abril?
- [1,25 puntos]** ¿En qué momento se alcanzó el máximo nivel de NO_2 ?, ¿cuál fue ese nivel máximo?
- [0,75 puntos]** Calcula, mediante $\frac{1}{30} \int_0^{30} c(t) dt$, el nivel promedio del mes.

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Considera las rectas $r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-k}{2}$ y $s \equiv \frac{x+2}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$.

- [1,5 puntos]** Determina k sabiendo que ambas se cortan en un punto.
- [1 punto]** Para $k = 0$, halla la ecuación general del plano que contiene a r y es paralelo a s .



PARTE OPTATIVA.

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 1. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 3.1 (2,5 puntos)

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 3 \\ b & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) **[1,5 puntos]** Determina a y b para que $A^2 = 4I$, donde I es la matriz identidad de orden 2.
- b) **[1 punto]** Para $a = -1$ y $b = 1$, calcula, si es posible, la matriz X que cumple $A^2X = B^t$.

EJERCICIO 3.2 (2,5 puntos)

Considera el sistema $\begin{pmatrix} 5 & -2 & -3 \\ 2 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

- a) **[1,75 puntos]** Determina los valores de m para los que el sistema es compatible indeterminado.
- b) **[0,75 puntos]** Resuelve el sistema, si es posible, para $m = 2$.

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 2. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 4.1 (2,5 puntos)

Considera la función $f : (-\pi, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \frac{\sin(x)}{\sqrt{1 + \cos(x)}}$.

- a) **[2 puntos]** Calcula $\int_0^\pi f(x) dx$.
- b) **[0,5 puntos]** Estudia la simetría de la función f y deduce de ella el valor de $\int_{-\pi}^\pi f(x) dx$.

EJERCICIO 4.2 (2,5 puntos)

El peso de las manzanas producidas en una granja sigue una distribución normal de media 200 gramos y desviación típica desconocida.

- a) **[1,25 puntos]** Si el 33 % de las manzanas pesan más de 230 gramos, calcula la desviación típica del peso de las manzanas.
- b) **[1,25 puntos]** Si la desviación típica es de 50 gramos, calcula el porcentaje de manzanas que pesan entre 160 y 220 gramos.