ANDALUCÍA · PAU 2012 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea la función continua $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x + k & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{e^{x^2}-1}{x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

a) 1,25 puntos

Calcula el valor de k.

b) 1,25 puntos

Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea la función f definida por $f(x) = \frac{e^{-x}}{1-x}$ para $x \neq 1$.

a) 1,25 puntos

Estudia las asíntotas de la gráfica de la función f.

b) 1,25 puntos

Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea $I = \int_0^1 \frac{x}{1+\sqrt{1-x}}\, dx$

a) 1,75 puntos

Expresa la integral I aplicando el cambio de variable $t = \sqrt{1-x}$.

b) 0,75 puntos

Calcula el valor de I.

Tu Profe al Rescate

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=\frac{9-x^2}{4}$.

a) 0,75 puntos

Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=1$.

b) 1,75 puntos

Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, la recta $x+2y=5$ y el eje de abscisas. Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera el siguiente sistema de ecuaciones con dos incógnitas

$$\begin{cases} kx+2y=2 \\ 2x+ky=k \\ x-y=-1 \end{cases}$$

a) 0,5 puntos

Prueba que el sistema es compatible para cualquier valor del parámetro k.

b) 1 punto

Especifica para qué valores del parámetro k es determinado y para cuáles indeterminado.

c) 1 punto

Halla las soluciones en cada caso.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera el sistema de ecuaciones con tres incógnitas

$$\begin{cases} x-y=\lambda \\ 2\lambda y+\lambda z=\lambda \\ -x-y+\lambda z=0 \end{cases}$$

a) 1,25 puntos

Clasifícalo según los distintos valores del parámetro λ.

b) 1,25 puntos

Resuélvelo para $\lambda=0$ y $\lambda=-1$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sean los puntos $A(0,0,1)$, $B(1,0,1)$, $C(0,1,-2)$ y $D(1,2,0)$.

a) 1 punto

Halla la ecuación del plano π determinado por los puntos A, B y C.

b) 0,5 puntos

Demuestra que los cuatro puntos no son coplanarios.

c) 1 punto

Calcula la distancia del punto D al plano π.

Tu Profe al Rescate

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Halla el punto simétrico de $P(2, 1, -5)$ respecto de la recta r definida por

$$\begin{cases} x - z = 0 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases}$$

Tu Profe al Rescate