

ANDALUCÍA · PAU 2018 · EXTRAORDINARIA · RESERVA B

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Se desea construir una canaleta, para la recogida de agua, cuya sección es como la de la figura. La base y los costados deben medir 10 cm y se trata de darle la inclinación adecuada a los costados para obtener una sección de área máxima. Se pide:

a) 0,25 puntos

Halla la altura de la canaleta en función de x (ver la figura).

b) 0,75 puntos

Halla el área de la sección de la canaleta en función de x .

c) 1,5 puntos

Encuentra el valor de x que hace máximo dicho área.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea f la función definida por $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$ para $x \neq 1$.

a) 0,75 puntos

Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

b) 1 punto

Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y halla sus máximos y mínimos relativos (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

c) 0,75 puntos

Esboza la gráfica de f indicando sus puntos de corte con los ejes coordenados.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Determina la función $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que $f''(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ y que la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$ es $y = x + 2$.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x \cos\left(\frac{x}{2}\right)$.

a) 1,75 puntos

Calcula $\int f(x) dx$.

b) 0,75 puntos

Encuentra la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(0, 1)$.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = (1 \quad 1 \quad 2)$$

a) 1 punto

Calcula A^{2018} .

b) 1,5 puntos

Determina, si existe, la matriz X que verifica $A(X + 2I) = BC$ donde I es la matriz identidad.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y + mz = 1 \\ x + my + z = 1 \\ x + 2y + 4z = m \end{cases}$$

a) 1,75 puntos

Discute el sistema en función del parámetro m .

b) 0,75 puntos

Si es posible, resuelve el sistema para $m = 1$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x + y = z + 4 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x - 2 = 0 \\ y + 3 = 0 \end{cases}$$

a) 1 punto

Estudia y determina la posición relativa de r y s .

b) 1,5 puntos

Determina la recta perpendicular común a r y a s .

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera los puntos $A(2, -1, -2)$ y $B(-1, -1, 2)$, y la recta r dada por

$$x - 1 = \frac{y - 1}{-1} = \frac{z - 1}{2}$$

a) 1 punto

Determina los puntos del segmento AB que lo dividen en 3 segmentos de la misma longitud.

b) 1,5 puntos

Determina un punto C de r de forma que el triángulo ABC sea rectángulo en C .

Tu Profe al Rescate