

ANDALUCÍA · PAU 2019 · ORDINARIA · SUPLENTE

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Calcula

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - e^{-2x} - 2x}{\sin^2(x)}$$

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Se sabe que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 2b & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{\ln(x+1)}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

($\ln$ denota la función logaritmo neperiano) es derivable. Calcula a y b .

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Calcula $\int \ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right) dx$ ($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sean las funciones $f, g: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = \sin(x)$ y $g(x) = \sin(2x)$.

a) 1 punto

Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados y calcula sus puntos de corte.

b) 1,5 puntos

Calcula el área del recinto limitado por ambas gráficas y las rectas $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{3}$.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & m & 1 \\ m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) 1 punto

Calcula los valores de m para los cuales A tiene inversa.

b) 1,5 puntos

Para $m = 2$, encuentra la matriz X que cumple $AX - BB^t = I$, siendo B^t la matriz traspuesta de B e I la matriz identidad de orden 3.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} mx - y + 13z = 0 \\ 2x - my + 4z = 0 \\ x + y + 7z = 0 \end{cases}$$

a) 1,5 puntos

Encuentra los valores de m para los que el sistema tiene infinitas soluciones.

b) 1 punto

Resuelve el sistema para $m = 3$. En este caso, ¿hay alguna solución en la que $x = 10$? Razona tu respuesta.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera el punto $A(2, 1, 0)$ y los planos $\pi_1 \equiv x + y + z = 0$ y $\pi_2 \equiv x - y + z = 0$.

a) 1,25 puntos

Calcula la recta que pasa por A y es paralela a π_1 y a π_2 .

b) 1,25 puntos

Calcula los puntos de la recta $s \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{2}$ que equidistan de π_1 y π_2 .

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera los puntos $A(0, 3, -1)$ y $B(0, 1, a)$ y el plano π de ecuación $x - y + z = 0$.

a) 0,75 puntos

Determina a sabiendo que la recta que pasa por A y por B es paralela al plano π .

b) 0,75 puntos

Halla el punto de corte del plano π con la recta que pasa por A y es perpendicular a dicho plano.

c) 1 punto

Para $a = 2$, halla el plano que contiene a los puntos A y B y es perpendicular al plano π .