

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOE) Curso 2009-2010 MATERIA: MATEMÁTICAS II	
--	--

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.

Calificación total máxima: 10 puntos.

Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} m-1 & 1 & m & 1 \\ 1 & m-1 & m & 1 \\ 1 & 1 & 2 & m-1 \end{pmatrix}$$

se pide:

- (2 puntos) Estudiar el rango de A según los valores del parámetro m .
- (1 punto) En el caso $m = 0$, resolver el sistema

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las rectas:

$$r_1 \equiv \begin{cases} y = 1, \\ z = 3, \end{cases} \quad r_2 \equiv \begin{cases} x = 0, \\ y - z = 0, \end{cases}$$

se pide:

- (2 puntos) Hallar la ecuación de la recta t que corta a r_1 y r_2 y es perpendicular a ambas.
- (1 punto) Hallar la mínima distancia entre r_1 y r_2 .

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Calcular los límites:

a) (1 punto) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \arctan x)^{a/x},$

b) (1 punto) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 2e^x}{7x + 5e^x}.$

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Calcular:

a) (1 punto) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx,$

b) (1 punto) $\int_0^\pi x \cos x dx.$

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dados el plano

$$\pi_1 \equiv 2x - 3y + z = a$$

y el plano π_2 determinado por el punto $P(0, 2, 4)$ y los vectores $v_1 = (0, 2, 6)$ y $v_2 = (1, 0, b)$, se pide:

- (1 punto) Calcular los valores de a y b para que π_1 y π_2 sean paralelos.
- (1 punto) Para $a = 1$ y $b = 0$ determinar las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de π_1 y π_2 .
- (1 punto) Para $a = 4$ y $b = -2$ determinar los puntos que están a igual distancia de π_1 y π_2 .

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Los puntos $P(1, 2, 1)$, $Q(2, 1, 1)$ y $A(a, 0, 0)$ con $a > 3$, determinan un plano π que corta a los semiejes positivos de OY y OZ en los puntos B y C respectivamente. Calcular el valor de a para que el tetraedro determinado por los puntos A, B, C y el origen de coordenadas tenga volumen mínimo.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dado el sistema:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 0, \\ 2x - y + z = 3, \end{cases}$$

se pide:

- (1 punto) Estudiar la compatibilidad del sistema.
- (0,5 puntos) Añadir una ecuación para que el sistema sea compatible determinado. Razonar la respuesta.
- (0,5 puntos) Añadir una ecuación para que el sistema sea incompatible. Razonar la respuesta.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -a & 0 & a \\ a & a-1 & 0 \\ 0 & a & a+2 \end{pmatrix}$$

se pide:

- (1 punto) Estudiar el rango de A según los valores del parámetro a .
- (1 punto) ¿Para qué valores de a existe la matriz inversa A^{-1} ? Calcular A^{-1} para $a = 1$.