

MADRID · PAU 2012 · EXTRAORDINARIA

# Matemáticas CCSS

8 ejercicios · 90 min de duración

## Instrucciones del examen

El examen incluye tabla N(0,1) como anexo. INSTRUCCIONES: El alumno debe elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de los que consta la opción elegida. Para la realización de esta prueba se podrá utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo. TIEMPO: Una hora y treinta minutos.

## Ejercicio 1

OPCIÓN A 3 puntos

Un pintor dispone de dos tipos de pintura para realizar su trabajo. El primer tipo de pintura tiene un rendimiento de  $3 \text{ m}^2$  por litro, con un coste de 1 € por litro. El segundo tipo de pintura tiene un rendimiento de  $4 \text{ m}^2$  por litro, con un coste de 1,2 € por litro. Con ambos tipos de pintura se puede pintar a un ritmo de 1 litro cada 10 minutos. El pintor dispone de un presupuesto de 480 € y no puede pintar durante más de 75 horas. Además, debe utilizar al menos 120 litros de cada tipo de pintura. Determinése la cantidad de pintura que debe utilizar de cada tipo si su objetivo es pintar la máxima superficie posible. Indíquese cuál es esa superficie máxima.

## Ejercicio 1

OPCIÓN B 3 puntos

Se considera el siguiente sistema de ecuaciones, dependiente del parámetro real  $k$ :

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + ky + 2z = 5 \\ kx + y + z = 1 \end{cases}$$

a) 1,5 puntos

Discútase el sistema según los diferentes valores de  $k$ .

b) 0,75 puntos

Resuélvase el sistema para  $k = 0$ .

c) 0,75 puntos

Resuélvase el sistema para  $k = 2$ .

## Ejercicio 2

OPCIÓN A 3 puntos

Se considera la función real de variable real definida por:  $f(x) = \frac{x(2x-1)}{x-1}$

a) 1 punto

Determinése las asíntotas de  $f$ . Calcúlense los extremos relativos de  $f$ .

b) 1 punto

Represéntese gráficamente la función  $f$ .

c) 1 punto

Calcúlese  $\int_2^5 \frac{f(x)}{x^2} dx$ .

## Ejercicio 2

OPCIÓN B 3 puntos

Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{si } x \leq 1 \\ x^3 - x^2 + 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

a) 1 punto

Calcúlense los valores de  $a$  y  $b$  para los que la función  $f$  es continua y derivable.

b) 1 punto

Para  $a = 0$  y  $b = 1$ , hállese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en los puntos en los que dicha tangente es paralela a la recta  $y - 8x = 1$ .

c) 1 punto

Sea  $g$  la función real de variable real definida por  $g(x) = 1 - 2x^2$ . Para  $a = 1$  y  $b = 0$ , calcúlese el área de la región plana acotada limitada por la gráfica de  $f$  y la gráfica de  $g$ .

## Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Se dispone de cinco cajas opacas. Una contiene una bola blanca, dos contienen una bola negra y las otras dos están vacías. Un juego consiste en ir seleccionando al azar y secuencialmente una caja no seleccionada previamente hasta obtener una que contenga una bola. Si la bola de la caja seleccionada es blanca, el jugador gana; si es negra, el jugador pierde.

a) 1 punto

Calcúlese la probabilidad de que el jugador gane.

b) 1 punto

Si el jugador ha perdido, ¿cuál es la probabilidad de que haya seleccionado una sola caja?

## Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Se consideran dos sucesos  $A$  y  $B$  tales que:

$$P(A) = \frac{1}{3} \quad P(B|A) = \frac{1}{4} \quad P(A \cup B) = \frac{1}{2}$$

a) 0,5 puntos

Calcúlese razonadamente  $P(A \cap B)$ .

b) 0,5 puntos

Calcúlese razonadamente  $P(B)$ .

c) 0,5 puntos

Calcúlese razonadamente  $P(\bar{B}|A)$ .

d) 0,5 puntos

Calcúlese razonadamente  $P(\bar{A}|\bar{B})$ .

## Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

La duración en kilómetros de los neumáticos de una cierta marca se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media  $\mu$  desconocida y desviación típica igual a 3000 kilómetros.

a) 1 punto

Se toma una muestra aleatoria simple de 100 neumáticos y se obtiene una media muestral de 48000 kilómetros. Determinése un intervalo de confianza con un nivel del 90% para  $\mu$ .

b) 1 punto

Calcúlese el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el valor absoluto de la diferencia entre la media de la muestra y  $\mu$  sea menor o igual a 1000 kilómetros con probabilidad mayor o igual que 0,95.

## Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

El tiempo de espera para ser atendido en un cierto establecimiento se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media  $\mu$  desconocida y desviación típica igual a 3 minutos. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 121.

a) 1 punto

Calcúlese la probabilidad de que el valor absoluto de la diferencia entre la media de la muestra y  $\mu$  sea mayor que 0,5 minutos.

b) 1 punto

Determinése un intervalo de confianza con un nivel del 95% para  $\mu$ , si la media de la muestra es igual a 7 minutos.