

CANARIAS · PAU 2020 · ORDINARIA

Matemáticas II

8 ejercicios

Instrucciones del examen

Configure su examen con cuatro preguntas seleccionadas libremente de los grupos A o B. En caso de presentar más de cuatro preguntas, sólo se corregirán las cuatro primeras. En el desarrollo de cada pregunta, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarla. Se califica todo el proceso. Se puede utilizar cualquier calculadora científica no programable ni con conexión a Internet.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Consideremos la función $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$, donde $\ln$ denota el logaritmo neperiano. Resuelva justificadamente los siguientes apartados:

a) puntos

Presente el dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como los posibles extremos relativos de la función $f(x)$.

b) puntos

Calcule el valor de la integral: $\int_1^e f(x) dx$

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sean las funciones $f(x) = 2x^4 + ax^2 + b$ y $g(x) = -2x^3 + c$.

a) puntos

Calcule los valores a , b y c de manera que las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$ cumplan las dos condiciones siguientes: - Se corten en el punto $P(1, 1)$ - En dicho punto coincida la pendiente de las rectas tangentes. Dar las expresiones de las funciones resultantes.

b) puntos

Suponiendo $a = b = 1$ en $f(x)$, halle las asíntotas de la función:

$$h(x) = \frac{f(x)}{x^3 - 1}$$

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} k & 0 & k-1 \\ 0 & 1 & 0 \\ k-1 & 0 & k \end{pmatrix}$

a) puntos

Halle los valores del parámetro k para los que la matriz A tiene inversa.

b) puntos

Tomando el valor $k = -1$ en la matriz A , calcule la matriz X que verifica que: $A \cdot X = 24 \cdot I_3$, siendo I_3 la matriz identidad de orden 3.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Una pequeña bombonería tiene en su almacén 24 kg de chocolate y 60 litros de leche, con los que elabora tres productos distintos: cajas de bombones, tabletas de chocolate y paquetes de chocolate en polvo. Del resto de los ingredientes se tienen reservas suficientes. Se sabe que las cajas de bombones requieren 2 kg de chocolate y 6 litros de leche, las tabletas de chocolate requieren 4 kg de chocolate y 4 litros de leche, y cada paquete de chocolate en polvo requiere 1 kg de chocolate y 4 litros de leche. Se quiere fabricar un total de 12 unidades y con ello se consume todo el chocolate y toda la leche almacenados. ¿Cuántas unidades deben fabricarse de cada tipo de producto?

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sean las rectas $r : \begin{cases} x + y - z = 4 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$ y $s : \begin{cases} x = 2 \\ y + 5 = 0 \end{cases}$

a) puntos

Estudie la posición relativa de r y s .

b) puntos

Halle la ecuación del plano perpendicular a la recta r , y que contiene el punto $P(11, -2, 5)$

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Consideremos la recta $r : \begin{cases} 2x - y = 5 \\ 3x - 4z = -1 \end{cases}$ y el plano $\pi_1 \equiv x - y + 3z = 12$

a) puntos

Calcule la ecuación del plano π_2 que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π_1 .

b) puntos

Sabiendo que la recta r corta el plano π_1 , averigüe el punto de intersección.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

El tiempo que transcurre hasta la primera avería de una unidad de cierta marca de impresoras de chorro de tinta viene dado, aproximadamente, por una distribución normal con un promedio de 1500 horas y una desviación típica de 200 horas.

a) puntos

¿Qué porcentaje de esas impresoras fallarán antes de 1000 horas de funcionamiento?

b) puntos

¿Qué porcentaje de esas impresoras tendrán la primera avería entre las 1000 y 2000 horas de uso?

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Se sabe que el 8% de los análisis de comprobación del níquel en una aleación de acero son erróneos. Se realizan 10 análisis.

a) puntos

Se afirma que la probabilidad de que 3 o más análisis sean erróneos es menor que el 3%. Justifique si es cierto.

b) puntos

Se afirma que la probabilidad de obtener exactamente 3 análisis erróneos es menor que el 3%. Justifique si es cierto.

c) puntos

Si se realizan 100 análisis, justifique si el número esperado de análisis correctos es igual a 8.

Tu Profe al Rescate