

ANDALUCÍA · PAU 2016 · EXTRAORDINARIA · RESERVA B

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Se quiere construir un bote de conservas cilíndrico, con tapa, de un litro de capacidad. Calcula las dimensiones del bote para que en su construcción se utilice la menor cantidad posible de hojalata.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = |x^2 - 4|$.

a) 1,5 puntos

Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) 1 punto

Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Calcula

$$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{2x+1+\sqrt{2x+1}} dx \quad (\text{sugerencia : } t = \sqrt{2x+1}).$$

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Determina la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

$$f''(x) = -2 \operatorname{sen}(2x), \quad f(0) = 1 \text{ y } f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} k & 1+k \\ 1-k & 0 \end{pmatrix}$. Determina, si existen, los valores de k en cada caso:

a) 0,75 puntos

$\text{rango}(A) = 1$.

b) 0,75 puntos

$A^2 = A$.

c) 0,5 puntos

A tiene inversa.

d) 0,5 puntos

$\det(A) = -2$.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera la matriz: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \lambda+1 \\ \lambda & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) 1,5 puntos

Determina, si existen, los valores de λ para los que $A^{-1} = 2I - A$ (siendo I la matriz identidad de orden 3).

b) 1 punto

Determina, si existen, los valores de λ para los que la matriz $A + A^T$ no tiene inversa (A^T es la matriz traspuesta de A).

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Determina el punto de la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = y+1 = \frac{z}{3}$ que equidista de los planos

$$\pi \equiv x + y + z + 3 = 0 \quad \text{y} \quad \pi' \equiv \begin{cases} x = -3 + \lambda \\ y = -\lambda + \mu \\ z = -6 - \mu \end{cases}$$

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera el plano π de ecuación $6x - my + 2z = 1$ y la recta r dada por

$$\frac{x-1}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-1}$$

a) 1 punto

Calcula m en el caso en que la recta r es perpendicular al plano π .

b) 1,5 puntos

¿Existe algún valor de m para el que la recta r esté contenida en el plano π ?