

CASTILLA Y LEÓN · PAU 2021 · ORDINARIA

Matemáticas II

10 ejercicios

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla N(0,1) como anexo. INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger libremente cinco ejercicios completos de los diez propuestos. Se expresará claramente cuales son los elegidos. Si se resolvieran más, sólo se corregirán los 5 primeros que estén resueltos (según el orden de numeración de pliegos y hojas de cada pliego) y que no aparezcan totalmente tachados. 2.- CALCULADORA: Se permitirá el uso de calculadoras no programables (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).

Ejercicio 1

2 puntos

a) 1,2 puntos

Discutir según los valores del parámetro λ el sistema de ecuaciones lineales siguiente:

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \\ x + y + \lambda z = 0 \end{cases}$$

b) 0,8 puntos

Resolverlo para $\lambda = -1$.

Ejercicio 2

2 puntos

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} n-1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

a) 1 punto

Determinar los valores de n para los que la matriz A^2 tiene inversa.

b) 1 punto

Para $n = 2$, hallar la matriz X que verifica la ecuación $AX + A = 2I$, siendo I la matriz identidad de orden 2.

Ejercicio 3

2 puntos

a) 0,8 puntos

Hallar la recta perpendicular al plano $\pi \equiv x + y + z = 1$ que pasa por el punto $A = (0, 0, 0)$.

b) 1,2 puntos

Calcular la ecuación del plano respecto del cual los puntos $P = (1, 1, 1)$ y $Q = (1, 3, -1)$ son simétricos.

Ejercicio 4

2 puntos

Dados la recta $r \equiv \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-2}$ y el punto $P = (0, 0, 0)$, hallar la ecuación del plano π que contiene a r y pasa por el punto P .

Ejercicio 5

2 puntos

Representar la función $f(x) = e^{(x^2)}$, determinando antes sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, sus extremos relativos, sus intervalos de concavidad y convexidad y sus asíntotas.

Ejercicio 6

2 puntos

Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - \cos(3x)}{\sin^2(x)}$.

Ejercicio 7

2 puntos

a) 0,5 puntos

Dadas las funciones $f(x) = x^2$, $g(x) = -x^2 + 8$, hallar los valores de $x \in \mathbb{R}$ para los que $g(x) \geq f(x)$.

b) 1,5 puntos

Calcular el área limitada por las gráficas de las funciones $f(x)$ y $g(x)$.

Ejercicio 8

2 puntos

Hallar los valores de a , b y c para los cuales el polinomio $P(x) = ax^2 + bx + c$ cumple las siguientes condiciones:

- $P(0) = 1$
- La pendiente de la recta tangente a la gráfica de $P(x)$ en $x = 0$ es $m = 1$.
- $\int_0^2 P(x)dx = 12$.

Ejercicio 9

2 puntos

En un club deportivo, el 55% de los socios son hombres y el 45% mujeres. Entre los socios, el 60% de los hombres practica la natación, así como el 40% de las mujeres.

a) 1,25 puntos

Describir los sucesos y sus probabilidades, y calcular la probabilidad de que un socio elegido al azar practique la natación.

b) 0,75 puntos

Sabiendo que una persona practica la natación, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer?

Ejercicio 10

2 puntos

El tiempo empleado, en minutos, para obtener la respuesta de un test para detectar cierta enfermedad sigue una distribución normal de media 20 y de desviación típica 4.

a) 1 punto

¿En qué porcentaje de test se obtiene el resultado entre 16 y 26 minutos?

b) 1 punto

¿Cuántos minutos son necesarios para garantizar que se ha obtenido la respuesta del 96,41% de los test?