

ANDALUCÍA · PAU 2015 · CONVOCATORIA NO ESPECIFICADA · EXAM 1

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función dada por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Halla los coeficientes a, b, c y d sabiendo que f presenta un extremo local en el punto de abscisa $x = 0$, que $(1, 0)$ es punto de inflexión de la gráfica de f y que la pendiente de la recta tangente en dicho punto es -3 .

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 - |x|$.

a) 0,5 puntos

Estudia la derivabilidad de f .

b) 1 punto

Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

c) 1 punto

Calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Calcula el valor de $a > 1$ sabiendo que el área del recinto comprendido entre la parábola $y = -x^2 + ax$ y la recta $y = x$ es $\frac{4}{3}$.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea f la función definida por $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2(x-1)}$ para $x \neq 0$ y $x \neq 1$ y sea F la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $P(2, \ln(2))$ ($\ln$ denota logaritmo neperiano).

a) 0,5 puntos

Calcula la recta tangente a la gráfica de F en el punto P .

b) 2 puntos

Determina la función F .

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera el sistema dado por $AX = B$

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & \alpha \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha - 2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ y } X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

a) 0,75 puntos

Determina, si existen, los valores de α para los que el sistema tiene solución única.

b) 0,75 puntos

Determina, si existen, los valores de α para los que el sistema no tiene solución.

c) 1 punto

Determina, si existen, los valores de α para los que el sistema tiene al menos dos soluciones. Halla todas las soluciones en dichos casos.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) 1,75 puntos

Halla la matriz X que verifica $AX - B = I$ (I denota la matriz identidad de orden 3).

b) 0,75 puntos

Calcula el determinante de la matriz $(A^2 B^{-1})^{2015}$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera los puntos $B(1, 2, -3)$, $C(9, -1, 2)$, $D(5, 0, -1)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$

a) 1,25 puntos

Calcula el área del triángulo cuyos vértices son B , C y D .

b) 1,25 puntos

Halla un punto A en la recta r de forma que el triángulo ABC sea rectángulo en A .

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera el punto $P(1, 0, -1)$ y la recta r dada por $\begin{cases} x + y = 0 \\ z - 1 = 0 \end{cases}$

a) 1,5 puntos

Halla la distancia de P a r .

b) 1 punto

Determina la ecuación general del plano que pasa por P y contiene a r .