

BAREMO DEL EXAMEN: Cada problema se puntuará hasta 2,5 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculos simbólicos ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

A partir de la tercera falta de ortografía se deducirán -0,10 puntos hasta un máximo de un punto.

Por errores en la redacción, en la presentación, falta de coherencia, falta de cohesión, incorrección léxica e incorrección gramatical se podrá deducir un máximo de medio punto.

En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado.

PREGUNTA 1: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA (2,5 puntos)

La empresa TikiTak ha realizado un estudio del comportamiento de sus usuarios y ha observado que las 3/5 partes de sus publicaciones reciben un “Like”. Juana es una usuaria de TikiTak. Se pide:

- 1.1 **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que Juana no reciba ningún “Like” si ha subido a la plataforma TikiTak cuatro publicaciones?
- 1.2 **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que Juana no reciba más de dos “Likes” en sus cuatro publicaciones?
- 1.3 **(1 punto)** Juana desea que la probabilidad de recibir al menos un “Like” sea mayor que 0.999. ¿Cuál es el menor número de publicaciones que ha de subir para conseguirlo?

PREGUNTA 2: ÁLGEBRA (2,5 puntos)

Responda al apartado 2.1 o al apartado 2.2

2.1 Se dan las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -2 & I \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} I & 2 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad y \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -I \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$$

Obtener:

- 2.1.1 **(1.25 puntos)** La matriz X solución de la ecuación $(A^{-1} X)^{-1} = A(B^2 A)^{-1}$.
- 2.1.2 **(0.5 puntos)** El determinante de la matriz $(3A^5 B)^2$.
- 2.1.3 **(0.75 puntos)** Los valores de a y b , si existen, tales que $a B^{100} + b B^{99} = A + C$.

2.2 Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales que depende del parámetro real a :

$$\begin{cases} x - ay - z = -a \\ ax - y + z = a \\ ax + y = a \end{cases}$$

Se pide:

- 2.2.1 **(1.25 puntos)** Discutir el sistema de ecuaciones en función de los valores del parámetro a .
- 2.2.2 **(1.25 puntos)** Calcular el conjunto de soluciones del sistema para aquellos valores de a para los que el sistema es compatible determinado.

PREGUNTA 3: GEOMETRÍA (2,5 puntos)

Responda al apartado 3.1 o al apartado 3.2

3.1 Dados los planos $\pi_1: x + 2y + mz = -1$, donde m es un parámetro real, y $\pi_2: x + z = 6$.

3.1.1 (0.5 puntos) Encontrar el valor de m , si existe, para el que π_1 y π_2 son perpendiculares.

3.1.2 (1.25 puntos) Encontrar el valor de m para el que π_1 y π_2 forman un ángulo de 45 grados.

3.1.3 (0.75 puntos) Calcular la ecuación paramétrica de la recta intersección de π_1 y π_2 .

3.2 Dado el plano $\pi: 3x + y - z = 2$ y los puntos $P = (0, 1, -1)$ y $Q = (1, a, 1)$, calcular:

3.2.1 (1.25 puntos) Los valores del parámetro a , si existen, para los que la recta que pasa por P y Q está contenida en el plano π .

3.2.2 (1.25 puntos) Para $a = 1$, el punto simétrico de Q respecto del plano π .

PREGUNTA 4: ANÁLISIS (2,5 puntos)

Responda al apartado 4.1 o al apartado 4.2

4.1 Dada la función real de variable real

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1},$$

se pide:

4.1.1 (0.5 puntos) Hallar el dominio, las asíntotas y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f .

4.1.2 (1.5 puntos) Calcular, si existen, los valores máximos y mínimos relativos y absolutos de la función f .

4.1.3 (0.5 puntos) Representar la función f .

4.2 Dadas las funciones reales de variable real

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \quad \text{y} \quad g(x) = 8x$$

Se pide:

4.2.1 (0.5 puntos) Hallar el dominio, las asíntotas y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f .

4.2.2 (0.25 puntos) Dibujar las gráficas de ambas funciones.

4.2.3 (1.75 puntos) Calcular el área del recinto delimitado por el eje de abscisas, la rectas $x = 1$ y las gráficas de las dos funciones $y = f(x)$ e $y = g(x)$.