

ANDALUCÍA · PAU 2014 · CONVOCATORIA NO ESPECIFICADA · EXAM 4

# Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

## Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

## Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea  $f$  la función definida por  $f(x) = \frac{1}{2x} + \ln x$  para  $x > 0$  ( $\ln$  denota el logaritmo neperiano).

a) 1,75 puntos

Determina el punto de la gráfica de  $f$  en el que la pendiente de la recta tangente es máxima.

b) 0,75 puntos

Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .

## Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ . Halla  $b, c$  y  $d$  sabiendo que  $f$  tiene un máximo relativo en  $x = 1$  y que  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 4$ .

## Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Calcula  $\int_{-1}^1 \ln(4-x) dx$  ( $\ln$  denota el logaritmo neperiano).

## Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ .

a) 0,5 puntos

Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .

b) 0,75 puntos

Esboza el recinto limitado por la gráfica de  $f$ , la recta  $2x + y - 7 = 0$  y el eje  $OX$ , calculando los puntos de corte.

c) 1,25 puntos

Halla el área del recinto descrito en el apartado anterior.

### Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + (m+1)y + 2z = -1 \\ mx + y + z = m \\ (1-m)x + 2y + z = -m-1 \end{cases}$$

a) 1,75 puntos

Discute el sistema según los valores del parámetro  $m$ .

b) 0,75 puntos

Resuélvelo para  $m = 2$ . Para dicho valor de  $m$ , calcula, si es posible, una solución en la que  $z = 2$ .

### Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1+m & 1 \\ 1 & 1-m \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) 0,75 puntos

¿Para qué valores de  $m$  se verifica que  $A^2 = 2A + I$ ? ( $I$  denota la matriz identidad).

b) 1,75 puntos

Para  $m = 1$ , calcula  $A^{-1}$  y la matriz  $X$  que satisface  $AX - B = AB$ .

### Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera los vectores  $u = (1, -1, 0)$ ,  $v = (0, 1, 2)$ ,  $w = (1 + \alpha, 2\alpha, 2 - 3\alpha)$ . Halla los valores de  $\alpha$  en cada uno de los siguientes casos:

a) 1 punto

$u$ ,  $v$  y  $w$  están en el mismo plano.

b) 0,5 puntos

$w$  es perpendicular a  $u$  y a  $v$ .

c) 1 punto

El volumen del tetraedro que tiene por aristas a los vectores  $u, v, w$  es  $1/6$ .

### Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera el punto  $P(2, -2, 0)$  y la recta  $r$  dada por

$$\begin{cases} x + z - 2 = 0 \\ y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

a) 1,25 puntos

Halla la ecuación del plano que contiene a  $P$  y es perpendicular a  $r$ .

b) 1,25 puntos

Calcula la distancia de  $P$  a  $r$ .