

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOE)

Curso **2009-2010**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.

Calificación total máxima: 10 puntos.

Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$$

se pide:

- (0'75 puntos) Estudiar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$.
- (0'75 puntos) Hallar los puntos de inflexión de la gráfica de $f(x)$.
- (0'75 puntos) Hallar las asíntotas y dibujar la gráfica de $f(x)$.
- (0,75 puntos) Hallar el área del recinto acotado que limitan la gráfica de $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $y = x + 2$, $x = 1$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las rectas:

$$r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+4}{-1}, \quad s \equiv \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{4},$$

se pide:

- (2 puntos) Determinar la ecuación de la recta perpendicular común a r y s .
- (1 punto) Calcular la mínima distancia entre las rectas r y s .

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dado el sistema homogéneo de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + ky - z = 0, \\ 2x - y + 2z = 0, \\ x - 4y + kz = 0, \end{cases}$$

se pide:

- (1 punto) Determinar para qué valores del parámetro k el sistema tiene soluciones distintas de $x = y = z = 0$.
- (1 punto) Resolverlo para el caso $k = 3$.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

se pide:

- (1 punto) Hallar dos constantes a, b , tales que $A^2 = aA + bI$.
- (1 punto) Sin calcular explícitamente A^3 y A^4 , y utilizando sólo la expresión anterior, obtener la matriz A^5 .

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} \ln x}{2x}, & \text{si } x > 0, \\ x + k, & \text{si } x \leq 0, \end{cases}$$

donde $\ln x$ significa logaritmo neperiano de x , se pide:

- (1 punto) Determinar el valor de k para que la función sea continua en $\mathbb{R}$.
- (1 punto) Hallar los puntos de corte con los ejes de coordenadas.
- (1 punto) Obtener la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + ay - z = a, \\ ax + 2z = -2, \\ x + z = -2, \end{cases}$$

se pide:

- (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro a .
- (1 punto) Resolverlo en el caso $a = 0$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dadas las rectas:

$$r \equiv x = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}, \quad s \equiv \begin{cases} x + z = 3, \\ 2x - y = 2, \end{cases}$$

se pide:

- (1 punto) Hallar la ecuación del plano π determinado por r y s .
- (1 punto) Hallar la distancia desde el punto $A(0, 1, -1)$ a la recta s .

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Sea π el plano que contiene a los puntos $P = (1, 0, 0)$, $Q = (0, 2, 0)$ y $R = (0, 0, 3)$. Se pide:

- (1 punto) Hallar el volumen del tetraedro determinado por el origen de coordenadas y los puntos P , Q y R .
- (1 punto) Calcular las coordenadas del punto simétrico del origen de coordenadas respecto del plano π .