

BAREMO DEL EXAMEN: Cada problema se puntuará hasta 2,5 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculos simbólicos ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

A partir de la tercera falta de ortografía se deducirán 0,10 puntos hasta un máximo de un punto.

Por errores en la redacción, en la presentación, falta de coherencia, falta de cohesión, incorrección léxica e incorrección gramatical se podrá deducir un máximo de medio punto.

En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado.

PREGUNTA 1: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA (2,5 puntos)

Los vuelos que llegan a un aeropuerto se clasifican en tres grupos: vuelos puntuales, vuelos con retrasos de hasta tres horas y vuelos con retrasos de más de tres horas. La puntualidad de los vuelos se ve afectada por las condiciones meteorológicas del momento. Si las condiciones meteorológicas son buenas, el porcentaje de los vuelos que llegan con puntualidad es del 70% mientras que el 10% llegan con más de tres horas de retraso. Si las condiciones meteorológicas son malas, el porcentaje de los vuelos que llegan con puntualidad es del 40% mientras que el 30% llegan con más de tres horas de retraso. Se calcula que el 90% de los días las condiciones meteorológicas son buenas.

- 1.1 **(0.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que un vuelo llegue con más de 3 horas de retraso?
- 1.2 **(1 punto)** Sabiendo que un vuelo ha sido puntual, ¿cuál es la probabilidad de que las condiciones meteorológicas fueran malas?
- 1.3 **(1 punto)** Un pasajero realiza un vuelo a dicho aeropuerto, desde donde debe tomar otro vuelo a su destino final. Este segundo vuelo enlaza si el primero llega con 3 horas o menos de retraso. Si realiza este viaje una vez al mes durante un año y viaja siempre en condiciones meteorológicas buenas ¿cuál es la probabilidad de que pueda enlazar con el vuelo a su destino final en todos sus viajes?

PREGUNTA 2: ÁLGEBRA (2,5 puntos)

Responda al apartado 2.1 o al apartado 2.2

2.1 Una empresa de ingeniería estructural está diseñando un sistema de soporte para un edificio que depende de un parámetro real m relacionado con la resistencia de uno de los materiales empleados. Para garantizar la estabilidad de la estructura, es necesario analizar una matriz que representa las relaciones entre fuerzas internas y externas en los puntos de unión de la estructura.

Para este análisis, se considera la siguiente matriz de rigidez:

$$D = \begin{pmatrix} I & 0 & m \\ m & 0 & -I \\ 2 & -I & I \end{pmatrix},$$

donde m representa el coeficiente de resistencia ajustable del material en uno de los puntos de unión.

Asimismo, se cuenta con un vector de cargas externas y un vector de desplazamientos iniciales:

$$E = (I \ 4 \ 3) \quad y \quad F = \begin{pmatrix} I \\ 2 \\ -I \end{pmatrix}.$$

La estabilidad y respuesta de la estructura dependen de las propiedades de la matriz D y de su relación con los vectores E y F . Se pide:

2.1.1 **(0.5 puntos)** Indicar, si existen, los valores del parámetro m para los que D tiene inversa.

2.1.2 **(0.5 puntos)** Si la estabilidad del sistema dependiera de que la matriz D^2 es invertible, explica razonadamente si hay algún valor de m que ponga en riesgo la estabilidad del sistema sin necesidad de resolver toda la ecuación matricial.

2.1.3 **(1 punto)** Calcular las matrices $E F$ y $(F E)^t$, si existen.

2.1.4 **(1 punto)** Resolver, para $m = 0$, la ecuación matricial con incógnita X :

$$\frac{I}{2} X + D = D^{-1}.$$

2.2 Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} I & -I & m+I \\ 0 & I & m \\ m-I & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad y \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3m \end{pmatrix}.$$

2.2.1 **(1 punto)** Discutir el sistema de ecuaciones $A x = b$ en función del parámetro real m .

2.2.2 **(0.75 puntos)** Calcular, si existe, la solución para $m = 0$.

2.2.3 **(0.75 puntos)** Hallar la solución en el caso en que el sistema tenga infinitas soluciones.

PREGUNTA 3: GEOMETRÍA (2,5 puntos)

Responda al apartado 3.1 o al apartado 3.2

3.1 Dados los planos $\pi_1: 2x - a^2y - az = a - 1$ y $\pi_2: (a - 1)x - ay - z = a$, se pide:

- 3.1.1 (1.5 puntos) Analizar en función de a la posición relativa de los dos planos.
- 3.1.2 (0.5 puntos) Calcular, para $a = 0$, el ángulo entre los dos planos.
- 3.1.3 (0.5 puntos) Calcular, para $a = 0$, la distancia del punto $P = (1, 0, -1)$ y el plano π_I .

3.2 Dado el plano $\pi: 2x + y - 3 = 0$ y la recta $r: \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = -1 - 2\alpha \\ z = 1 \end{cases}$, se pide:

- 3.2.1 (1.25 puntos) Obtener la ecuación del plano perpendicular a π y que contiene a r .
- 3.2.2 (1.25 puntos) Calcular, si existe, un plano paralelo a π y que contenga a r .

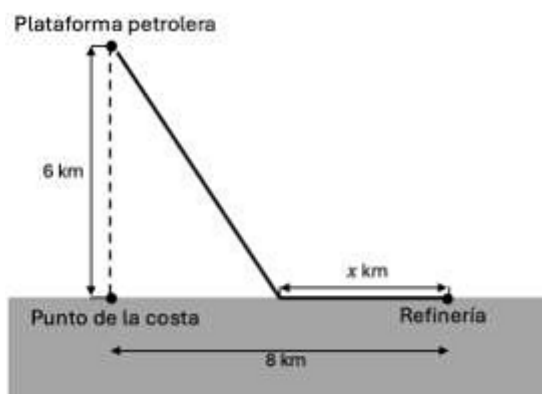
PREGUNTA 4: ANÁLISIS (2,5 puntos)

Responda al apartado 4.1 o al apartado 4.2

4.1 Dadas las funciones $f(x) = x^4 - 7x^2 + 16$ y $g(x) = x^2$, obtener:

- 4.1.1 (1.25 puntos) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus máximos y mínimos, si existen. Dibuja $f(x)$.
- 4.1.2 (1.5 puntos) Los puntos de corte entre $f(x)$ y $g(x)$ y el área comprendida entre ambas curvas.

4.2 Una costa marítima se extiende en línea recta hacia la derecha desde un punto P de la costa. A 8 km de P hay una refinería situada en la costa. Además, hay una plataforma petrolífera en el mar que está situada a 6 km de distancia de P en la recta perpendicular a la costa desde el punto P. Se construirá un oleoducto desde la plataforma hasta la refinería. El coste de construir el oleoducto bajo el agua es de 1 millón de euros por kilómetro y el de construirlo sobre tierra, de 0,6 millones de euros por kilómetro.



- 4.2.1 **(0.5 puntos)** Encontrar la función del coste de construcción del oleoducto dependiendo de la distancia, x , entre el primer punto donde el oleoducto toca la costa y la refinería.
- 4.2.2 **(1.5 puntos)** Encontrar el valor de x para que el coste de construcción del oleoducto sea mínimo.
- 4.2.3 **(0.5 puntos)** Calcular dicho coste.