

ANDALUCÍA · PAU 2013 · ORDINARIA

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(x) + b \operatorname{sen}(x)}{x^3}$ es finito, calcula b y el valor del límite.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea $f : (-\infty, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} x + 2e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ a\sqrt{b-x} & \text{si } 0 < x < 1 \end{cases}$

a) 1,5 puntos

Determina a y b sabiendo que f es derivable en todo su dominio.

b) 1 punto

Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sean $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas mediante

$$f(x) = |x(x-2)| \quad \text{y} \quad g(x) = x + 4.$$

a) 1,25 puntos

Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes. Calcula los puntos de corte entre ambas gráficas.

b) 1,25 puntos

Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g .

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $g(x) = \ln(x^2 + 1)$ (donde $\ln$ denota el logaritmo neperiano). Calcula la primitiva de g cuya gráfica pasa por el origen de coordenadas.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

$$\text{Sea } M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m+1 & 0 \\ 1 & 1 & m-1 \end{pmatrix}$$

a) 0,75 puntos

Determina los valores de m para los que los vectores fila de M son linealmente independientes.

b) 1 punto

Estudia el rango de M según los valores de m .

c) 0,75 puntos

Para $m = 1$, calcula la inversa de M .

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

$$\text{Sea } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

a) 1,5 puntos

Comprueba que $A^2 = 2I$ y calcula A^{-1} .

b) 1 punto

Calcula A^{2013} y su inversa.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea r la recta que pasa por el punto $(1, 0, 0)$ y tiene como vector dirección $(a, 2a, 1)$ y sea s la recta dada por

$$\begin{cases} -2x + y = -2 \\ -ax + z = 0 \end{cases}$$

a) 1 punto

Calcula los valores de a para los que r y s son paralelas.

b) 1,5 puntos

Calcula, para $a = 1$, la distancia entre r y s .

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera los puntos $P(2, 3, 1)$ y $Q(0, 1, 1)$.

a) 1,75 puntos

Halla la ecuación del plano π respecto del cual P y Q son simétricos.

b) 0,75 puntos

Calcula la distancia de P a π .