

CATALUÑA · PAU 2012 · ORDINARIA

Matemáticas CCSS

12 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Cada cuestión vale 2 puntos. Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que lleven información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2 puntos

Sobre la función $f(x) = \frac{a}{x^2+bx+c}$ disponemos de los datos siguientes: — sus asíntotas verticales son $x = -3$ y $x = 1$; — su gráfica pasa por el punto $(0, -4)$.

a) 1 punto

Determine la fórmula de la función y haga un dibujo aproximado de la gráfica correspondiente.

b) 1 punto

En el caso $a = 1$, $b = -2$ y $c = -1$, determine y clasifique, si existen, los extremos relativos de la función.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2 puntos

La población de bacterias en una muestra evoluciona según la función $f(t) = -t^2 + 4t + 12$, donde t corresponde al número de semanas desde el inicio del experimento, y $f(t)$ es el número de individuos que forman la muestra, en millones de unidades.

a) 1 punto

¿Cuántas semanas han de pasar hasta la desaparición de la población?

b) 1 punto

¿Cuál será el número máximo de individuos de la muestra, y al cabo de cuántas semanas se conseguirá?

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2 puntos

Construimos en el plano el cuadrilátero de vértices $A(1,1)$, $B(2,4)$, $C(4,5)$ y $D(3,0)$, cuyos lados son los segmentos AB , BC , CD y DA .

a) 1 punto

Escriba las desigualdades que determinan la región del plano contenida y sobre los lados del cuadrilátero $ABCD$.

b) 1 punto

Utilice las desigualdades anteriores para justificar si los puntos $P(3,1)$, $Q(3,4)$ y $R(5,2)$ son interiores, exteriores o están sobre los lados del cuadrilátero.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

Construimos en el plano el triángulo de vértices $A(-3, 1)$, $B(1, 2)$ y $C(-2, 3)$.

a) 1 punto

Halle las inecuaciones que determinan la región del plano contenida y sobre los lados del triángulo ABC .

b) 1 punto

Justifique si los puntos $P(0, 2)$, $Q(2, 2)$ y $R(-1, 2)$ son interiores, exteriores o se encuentran sobre los lados del triángulo.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Consideramos las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

a) 1 punto

Justifique si es posible efectuar $A \cdot B$ o $B \cdot A$. En caso afirmativo, calcúlelo.

b) 1 punto

Calcule B^2 y B^3 .

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Dada la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, determine los valores de los tres parámetros sabiendo que la gráfica de la función pasa por el punto $(1, 18)$ y que tiene extremos relativos para $x = -2$ y $x = 4$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

Un triángulo tiene los vértices $O(0, 0)$, $A(6, 0)$ y $B(0, 3)$.

a) 0,5 puntos

Dibújelo y escriba la ecuación de la recta que contiene el segmento AB .

b) 1,5 puntos

Consideramos un punto P situado sobre el segmento AB , y dibujamos el rectángulo que tiene por diagonal OP y dos lados sobre los ejes de coordenadas. Determine las coordenadas de P que hacen máxima el área del rectángulo.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

Una empresa cinematográfica dispone de tres salas, A, B y C. Los precios de entrada a estas salas son de 7 €, 8 € y 9 €, respectivamente. Un día determinado, la recaudación conjunta de las tres salas fue de 1520 €, y el número total de espectadores fue 200. Si se hubieran intercambiado los espectadores de las salas A y B, la recaudación total se habría incrementado en 20 €. Calcule el número de espectadores que acudió a cada una de las salas.

Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

Sea f una función polinómica de grado 3, con un máximo en $(0, 0)$ y un mínimo en $(2, -4)$.

a) 0,5 puntos

Haga una gráfica aproximada de f .

b) 1,5 puntos

Determine la fórmula de la función.

Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

Consideramos la función $f(x) = \frac{1}{x^2+3}$

a) 1 punto

Escriba la fórmula de la función que a cada número real, x , le hace corresponder la pendiente de la recta tangente a f en el punto de abscisa x .

b) 1 punto

Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -1$.

Ejercicio 6

OPCIÓN A 2 puntos

Joan, Pere y Marc tienen, entre los tres, sesenta y tres años. Si Joan tuviera tres años menos, su edad sería el doble de las edades de Pere y Marc juntos. Si Pere tuviera un año más, su edad sería la mitad de la de Marc.

¿Cuál es la edad actual de cada uno de ellos?

Ejercicio 6

OPCIÓN B 2 puntos

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & -8 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

a) 1 punto

Determine las matrices X e Y que cumplan que $X - 2Y = A$ y $2X - Y = B$.

b) 1 punto

Calcule $(A + 2 \cdot Id)^2$, donde Id es la matriz identidad.