

CATALUÑA · PAU 2019 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas CCSS

6 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Cada cuestión vale 2 puntos. Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que puedan almacenar datos o que puedan transmitir o recibir información.

Ejercicio 1

2 puntos

Queremos enviar una fecha codificada. Para hacerlo, consideramos el vector de tres componentes $X = (d, m, a)$, en el cual d expresa el día, m el mes y a el año. A continuación, hacemos la operación $X \cdot A + B$, en la que A y B son las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } B = (5, -5, 5)$$

El resultado de esta operación es el vector codificado que enviamos.

a) 0,75 puntos

Si la fecha que queremos enviar es el 1 de enero de 2019, es decir, si $X = (1, 1, 2019)$, ¿cuál es el vector codificado que enviaremos?

b) 1,25 puntos

Si el vector codificado que nos ha llegado es $(2036, 1, -13)$, ¿cuál es la fecha sin codificar?

Ejercicio 2

2 puntos

Para la campaña de este verano, una tienda de deportes que vende patinetes eléctricos espera vender 40 patinetes a un precio de 1.000 € por patinete. Según un estudio de mercado, la relación entre el número de veces que se rebaja el precio del patinete en 50 € y el número de patinetes vendidos es lineal, y, por cada 50 € de rebaja en el precio de venta de cada patinete, habrá un incremento de las ventas de 10 patinetes más.

a) 1 punto

Escribid la función de ingresos de la tienda en función del número de veces que rebaje en 50 € el precio inicial de 1.000 € del patinete.

b) 1 punto

Encontrad cuál debe ser el precio del patinete para obtener los ingresos máximos. Encontrad también el número de patinetes que se venderán y los ingresos que se obtendrán con este precio.

Ejercicio 3

2 puntos

Se prevé un cambio importante en la población de una determinada zona por cuestiones medioambientales. El número de habitantes de la zona, en millones, vendrá dado por la función $P(t) = \frac{t^2 + 28}{(t+2)^2}$, en la que t mide el tiempo en años desde el momento actual ($t = 0$).

a) 1 punto

Decid cuál es el número de habitantes de la zona actualmente y cuál será este número a muy largo plazo.

b) 1 punto

¿En qué momento se llegará al número mínimo de habitantes? ¿Cuántos habitantes habrá en aquel momento?
¿Cuál es el número máximo de habitantes que se alcanza en esta zona?

Ejercicio 4

2 puntos

En tres sorteos consecutivos de la Lotto 6/49 ha habido 51 personas que han acertado los 6 números de la combinación ganadora en alguno de los tres sorteos. El número de personas que acertaron la combinación ganadora en el tercer sorteo es la mitad del total de personas que la acertaron en los dos primeros sorteos juntos. También sabemos que el número de personas que acertaron la combinación ganadora en el primer sorteo supera en 11 el total de personas que la acertaron en el segundo y en el tercer sorteos juntos. Con estos datos, calculad cuántas personas acertaron la combinación ganadora de la Lotto 6/49 en cada uno de los tres sorteos.

Ejercicio 5

2 puntos

Considerad una función $f(x)$ que tiene como primera derivada $f'(x) = 2x^2 + bx + 4$, en la que b es un parámetro real.

a) 1 punto

Determinad el valor de b para que $f(x)$ tenga un extremo relativo en $x = -1$ y razonad si se trata de un máximo o de un mínimo.

b) 1 punto

Si sabemos que la gráfica de la función $f(x)$ pasa por el punto $(0, 3)$, encontrad la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en este punto.

Ejercicio 6

2 puntos

Una panadería artesana hace dos tipos de panecillos, los integrales y los de cereales. En la elaboración, además de la harina correspondiente, se utiliza levadura de masa madre y agua. La cantidad de levadura de masa madre y de agua que se utiliza en la elaboración de cada panecillo depende de si se trata de un panecillo integral o de cereales. Queremos saber cuántos panecillos de cada tipo se pueden hacer. Después de comprobar la cantidad de masa madre y de agua de que se dispone, y teniendo en cuenta que la cantidad de panecillos de cereales no puede superar la de panecillos integrales, se obtiene la región siguiente con todas las posibilidades.

a) 1 punto

Escribid las inecuaciones que dan lugar a esta región factible.

b) 1 punto

Si los panecillos integrales se venden a 8 € cada unidad y los de cereales a 10 €, ¿cuántos panecillos de cada tipo hay que vender para obtener los máximos ingresos? ¿Cuáles son estos máximos ingresos?