

CATALUÑA · PAU 2014 · ORDINARIA

Matemáticas CCSS

12 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Cada cuestión vale 2 puntos. Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que lleven información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2 puntos

Pol, Júlia y Maria han comprado un regalo. Júlia ha gastado la mitad de dinero que Maria, y Pol ha gastado el triple que Júlia.

a) 1 punto

Explique razonadamente si con estos datos tenemos suficiente para determinar cuánto ha gastado cada uno de ellos.

b) 1 punto

Si además nos dicen que entre los tres han gastado 63 €, ¿cuánto ha gastado cada uno?

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2 puntos

El precio en bolsa de unas acciones viene definido por la función $p(t) = 500 \cdot e^{0,3t}$, donde t indica los años transcurridos a partir del momento presente.

a) 1 punto

Si vendemos las acciones dentro de un año, ¿qué porcentaje de beneficio obtendremos?

b) 1 punto

¿Dentro de cuántos años habremos conseguido doblar el precio de las acciones?

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2 puntos

La gráfica de la derivada f' de la función f es una parábola que corta al eje de abscisas en los puntos $(5, 0)$ y $(1, 0)$, y tiene el vértice en el punto $(3, -4)$.

a) 1 punto

Explique razonadamente en qué intervalos la función f es creciente y en qué intervalos es decreciente. Indique los extremos relativos y clasifíquelos.

b) 1 punto

Sabemos que $f(3) = 2$. Determine la ecuación de la recta tangente a la función f en el punto $(3, 2)$.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

Una empresa de informática fabrica ordenadores portátiles y de sobremesa y vende todos los que fabrica. La empresa tiene capacidad para fabricar 3000 ordenadores. Por cuestiones de mercado, el número de ordenadores de sobremesa no puede ser inferior a la mitad del número de portátiles, pero tampoco puede superar el número de portátiles. La empresa gana 100 € por cada ordenador de sobremesa, y un 20 % más en la venta de cada portátil. ¿Cuántos ordenadores de cada clase debe fabricar para maximizar los beneficios?

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Una cadena de televisión decide emitir un nuevo programa en la franja horaria de las 17:00 h a las 21:00 h. El porcentaje de audiencia P de la primera emisión en función del tiempo t , medido en horas, viene definido por la función

$$P(t) = \frac{1}{5}(-t^3 + 49t^2 - 760t + 3690) \quad 17 \leq t \leq 21$$

Los directivos de la cadena acuerdan que el programa se seguirá emitiendo si en algún momento se consigue un porcentaje de audiencia superior al 20 %.

a) 1 punto

Explique razonadamente en qué intervalos de tiempo la audiencia del programa aumentó y en qué intervalos disminuyó.

b) 1 punto

En vista de los resultados, ¿se seguirá emitiendo el programa? Justifique la respuesta.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) 1 punto

Determine una matriz X que verifique $A \cdot X = I$.

b) 1 punto

Determine una matriz Y que verifique $A \cdot Y \cdot A = B$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, determine x para que se verifique la ecuación $A^2 - 6A + 5I = \mathbf{0}$, donde $\mathbf{0}$ es la matriz en la que todos los elementos son 0.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

Los beneficios diarios, en centenares de euros, de un taller de bicicletas vienen definidos por la función $f(x) = -20x^2 + 50x - 20$, donde x son los centenares de bicicletas vendidas. El taller solo tiene capacidad para fabricar 200 bicicletas al día.

a) 1 punto

Calcule el beneficio máximo diario que puede obtener el taller.

b) 1 punto

Determine el número mínimo de bicicletas que debe fabricar para no tener pérdidas.

Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

Tenemos que fertilizar los terrenos de una finca utilizando dos abonos, A y B. El coste del abono A es de 0,9 €/kg, y el abono B cuesta 1,5 €/kg. El abono A contiene un 20 % de nitrógeno y un 10 % de fósforo, mientras que el abono B contiene un 18 % y un 15 %, respectivamente. Para fertilizar los terrenos correctamente necesitamos un mínimo de 180 kg de nitrógeno y 120 kg de fósforo.

a) 1 punto

Si llamamos x a los kilogramos de abono A e y a los kilogramos de abono B, escriba el sistema de inecuaciones que satisface las condiciones anteriores.

b) 1 punto

¿Cuál es el gasto mínimo que debemos hacer si queremos fertilizar los terrenos de la finca correctamente?

Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

Considere la función $f(x) = \frac{3x-4}{2x-5}$.

a) 1 punto

Indique el dominio y los puntos donde la gráfica de la función f corta al eje de abscisas.

b) 1 punto

Determine, si las tiene, las asíntotas horizontales y verticales.

Ejercicio 6

OPCIÓN A 2 puntos

Sea la función $f(x) = x \cdot e^x$.

a) 1 punto

Si la función f tiene extremos relativos, determínelos y clasifíquelos.

b) 1 punto

Calcule la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

Ejercicio 6

OPCIÓN B 2 puntos

Un tendero quiere determinar la cantidad de billetes de 5 €, 10 € y 20 € que debe tener en la tienda para atender mejor a los clientes. En total, quiere tener 1375 € en 90 billetes en la caja. Además, se ha dado cuenta de que le conviene tener el doble de billetes de 20 € que de 5 € y 10 € juntos. ¿Cuántos billetes deberá tener de cada clase?