

BAREMO DEL EXAMEN: Se ha de contestar un problema del Apartado 1, un problema del Apartado 2 y el problema del Apartado 3. En cada cuestión se indica la puntuación máxima, siendo la nota final la suma de las calificaciones de cada una ellas. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

Apartado 1. Responda **un** problema de este apartado de los dos propuestos.

Problema 1. A. Consideramos las matrices

$$A = \begin{pmatrix} I & 0 & 2 \\ -I & 3 & I \end{pmatrix}, \quad B = (I \quad I \quad 0), \quad C = (I \quad 2) \quad y \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ I & 5 \end{pmatrix}$$

Sabiendo que, si K es una matriz, K^t representa su matriz traspuesta, se pide:

- Calcular $M = A B^t C - D$. (0,75 puntos)
- Justificar si M es invertible y, si lo es, hallar su inversa. (0,75 puntos)
- Hallar M^2 y M^8 . (0,5 puntos)
- Justificar si son invertibles las matrices $C C^t$ y $C^t C$. (0,5 puntos)
- Hallar la matriz X que satisface la ecuación $A^t + X \begin{pmatrix} I & I \\ 2 & -I \end{pmatrix}^t = (C^t B)$. (1 punto)

Problema 1. B. Una empresa de organización de eventos desea poner a la venta dos tipos de entradas para un evento musical: entradas preferentes y entradas estándar, que se venden a 115€ y 90€, respectivamente, aunque en las localidades preferentes la empresa tiene unos gastos de 5€ por entrada porque en ellas se sirve un aperitivo. La instalación de cada localidad preferente tiene un coste de 20€ y la de cada localidad estándar de 10€; la empresa dispone de un presupuesto de 1.000€ para gastos de instalación. El aforo máximo es de 75 asientos.

- ¿Cuántas entradas de cada tipo se deben poner a la venta para obtener el máximo beneficio posible? (3 puntos)
- ¿Cuál es dicho beneficio máximo? (0,5 puntos)

Apartado 2. Responda **un** problema de este apartado de los dos propuestos.

Problema 2. A. Se considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1+x^2}{1+x}, & \text{si } 0 \leq x < 4 \\ 2x+4, & \text{si } 4 \leq x < 8 \\ 3x+60-x^2, & \text{si } 8 \leq x \leq 9 \end{cases}$$

Se pide:

- Estudiar la continuidad de la función en el intervalo $[0,9]$. *(0,75 puntos)*
- Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función en el intervalo $[0,9]$ *(1,5 puntos)*
- Calcular los puntos donde la función alcanza el máximo y el mínimo, y cuanto vale la función en esos puntos. *(0,5 puntos)*
- Calcular el área de la región delimitada por esta función, el eje OX , la recta de ecuación $x = 8$, la recta de ecuación $x = 9$. *(0,75 puntos)*

Problema 2. B. Cuando la temperatura de un invernadero se mantiene a x grados centígrados, siendo x un número real entre 10 y 30, la producción (en kilogramos) de cierta hortaliza viene dada por la función $Q(x) = 30x^2 + Ax + B - x^3$. Sabemos que la producción máxima se alcanza cuando el invernadero se mantiene a 21 grados centígrados, y que dicha producción máxima es 5.300 kg.

- Determina los valores A y B que aparecen en la función $Q(x)$. *(0,75 puntos)*
- Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $Q(x)$. *(1 punto)*
- Para valores de la temperatura comprendidos entre 10 y 30 grados centígrados, ¿en algún caso se obtiene una producción inferior a 1.000 kg? *(1 punto)*

Apartado 3. Responda el único problema de este apartado. *(3 puntos)*

Problema 3. Una empresa juguetera vende cajas con canicas. La empresa produce un 60% de canicas blancas y un 40% de canicas rojas, y cuando elabora una caja introduce al azar canicas blancas y rojas entre las producidas por la empresa.

- Si una caja tiene 6 canicas, calcula la probabilidad de que la caja contenga el mismo número de canicas blancas que de rojas. *(0'75 puntos)*
- Si una caja tiene 100 canicas, calcula aproximadamente la probabilidad de que la caja tenga al menos 57 canicas blancas. *(0'75 puntos)*
- El peso (en gramos) de las canicas blancas tiene distribución normal con media 10 y varianza 0.04. Calcula la probabilidad de que el peso de una canica blanca esté comprendido entre 9,95 y 10,15 gramos. *(0'75 puntos)*
- El peso (en gramos) de las canicas rojas tiene distribución normal con media 11 y varianza 0.09. Si una canica roja es tal que exactamente el 87,7% de las canicas rojas producidas pesan menos que ella, ¿cuánto pesa esta canica? *(0,75 puntos)*