

ANDALUCÍA · PAU 2013 · ORDINARIA · RESERVA A

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea f la función definida por $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$ para $x > 0$, $x \neq 1$ (donde $\ln$ denota el logaritmo neperiano).

a) 1,25 puntos

Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

b) 1,25 puntos

Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = e$.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea f la función definida por $f(x) = \frac{k}{(x-a)(2x-1)}$ para $x \neq a$ y $x \neq \frac{1}{2}$.

a) 1 punto

Halla a y k sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto $(0, 2)$ y que la recta $x = 2$ es una asíntota de dicha gráfica.

b) 1,5 puntos

Para $k = 4$ y $a = 2$, halla los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$g(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x}}$$

Determina la primitiva de g cuya gráfica pasa por el punto $P(1, 0)$. Sugerencia: se puede hacer el cambio de variable $t = \sqrt{x}$.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Calcula $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \operatorname{sen}(2x) dx$.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sean

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 \\ -1 & m & m-2 \\ m & 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ y } X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

a) 1,25 puntos

Determina el rango de A según los valores del parámetro m .

b) 0,75 puntos

Discute el sistema $AX = B$ según los valores del parámetro m .

c) 0,5 puntos

Resuelve el sistema $AX = B$ para $m = 1$.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sean A y B las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -9 & 5 \end{pmatrix}$$

a) 1,25 puntos

Calcula las matrices X e Y para las que $2X - Y = A$ y $X - 3Y = B$.

b) 1,25 puntos

Halla la matriz Z que verifica $B^2 + ZA + B^t = 3I$ (I denota la matriz identidad y B^t la matriz traspuesta de B).

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera los puntos $A(1, 2, 1)$, $B(-1, 0, 2)$ y $C(3, 2, 0)$ y el plano π determinado por ellos.

a) 1,75 puntos

Halla la ecuación de la recta r que está contenida en π y tal que A y B son simétricos respecto de r .

b) 0,75 puntos

Calcula la distancia de A a r .

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = 3 + 5\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \text{ y } s \equiv \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ z - 5 = 0 \end{cases}$$

a) 1 punto

Determina la posición relativa de r y s .

b) 1,5 puntos

Calcula la distancia entre r y s .