

ANDALUCÍA · PAU 2010 · EXTRAORDINARIA · RESERVA A

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} e^x(x^2 + ax) & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{bx^2+c}{x+1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Calcula las constantes a , b y c sabiendo que f es derivable y que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$ tiene pendiente 3.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida como $f(x) = (x+1)\sqrt[3]{3-x}$. Halla las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -5$ y en el punto de abscisa $x = 2$.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Dada la función f definida por $f(x) = \frac{3}{x^2-5x+4}$ para $x \neq 1$ y $x \neq 4$. Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f , el eje de abscisas, y las rectas $x = 2$ y $x = 3$.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x|2-x|$

a) 1 punto

Esboza su gráfica.

b) 1,5 puntos

Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f , el eje de abscisas y la recta de ecuación $x = 3$.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera las siguientes matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

a) 0,75 puntos

Calcula A^{-1} .

b) 1,75 puntos

Resuelve la ecuación matricial $AXA^t - B = 2I$, donde I es la matriz identidad de orden 2 y A^t es la matriz traspuesta de A .

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Obtén un vector no nulo $v = (a, b, c)$, de manera que las matrices siguientes tengan simultáneamente rango 2.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 1 & c \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & a \\ 0 & -1 & b \\ 3 & 1 & c \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera los puntos $A(1, 2, 1)$ y $B(-1, 0, 3)$.

a) 1,25 puntos

Calcula las coordenadas de los puntos que dividen el segmento AB en tres partes iguales.

b) 1,25 puntos

Halla la ecuación del plano perpendicular al segmento AB y que pasa por A .

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera el plano π definido por $2x - y + nz = 0$ y la recta r dada por

$$\frac{x-1}{m} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{2}$$

con $m \neq 0$.

a) 1,25 puntos

Calcula m y n para que la recta r sea perpendicular al plano π .

b) 1,25 puntos

Calcula m y n para que la recta r esté contenida en el plano π .