

BAREMO DEL EXAMEN: Cada problema se puntuará hasta 2,5 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculos simbólicos ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

A partir de la tercera falta de ortografía se deducirán -0,10 puntos hasta un máximo de un punto.

Por errores en la redacción, en la presentación, falta de coherencia, falta de cohesión, incorrección léxica e incorrección gramatical se podrá deducir un máximo de medio punto.

En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado.

PREGUNTA 1: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA (2,5 puntos)

Se ha realizado una encuesta a 120 miembros de un club de lectura sobre sus preferencias literarias. La siguiente tabla muestra los resultados clasificados por edad y tipo de obra preferido.

Edad/Tipo de obra	Novela	Poesía	Obras de teatro	Ensayos
< 25 años	17	6	7	1
25 – 60 años	22	17	10	3
> 60 años	8	12	11	6

- 1.1 **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que el tipo de obra preferido de una persona seleccionada al azar no sea el ensayo?
- 1.2 **(0.75 puntos)** Si se sabe que un miembro del club NO tiene como tipo de obra preferido la poesía, ¿cuál es la probabilidad de que tenga 25 años o más?
- 1.3 **(1 punto)** Dados 10 miembros del club que tienen entre 25 y 60 años, ambos incluidos. ¿Cuál es la probabilidad de que como mucho 3 de ellos tengan como tipo de obra preferido o bien las obras de teatro o bien los ensayos?

PREGUNTA 2: ÁLGEBRA (2,5 puntos)

Responda al apartado 2.1 o al apartado 2.2

2.1 Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & I \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 2 & I \\ I & I \end{pmatrix}.$$

Calcular:

- 2.1.1 **(0.75 puntos)** La matriz X , si existe, tal que $2AX = BX + I$, siendo I la matriz identidad 2×2 .

2.1.2 (0.75 puntos) Si existen, los valores del parámetro real α tales que $4A^2 + \alpha A - I = \mathbf{0}$, siendo $\mathbf{0}$ la matriz nula 2×2 .

2.1.3 (1 punto) A^{12} .

2.2 Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} 3x + y + 2z = 1 - a \\ (1 + a)x + 2y + z = a \\ ax - y + z = 1 - a \end{cases}$$

donde a es un parámetro real. Se pide:

2.2.1 (1.25 puntos) Discutir el sistema en función del parámetro a .

2.2.2 (1.25 puntos) Calcular las soluciones del sistema cuando este sea compatible.

PREGUNTA 3: GEOMETRÍA (2,5 puntos)

Responda al apartado 3.1 o al apartado 3.2

3.1 Dados el plano $\pi: 2x - z = 1$, calcular:

3.1.1 (1.25 puntos) Si existe, el plano perpendicular a π que contiene a la recta

$$r: \begin{cases} 2x - y = 0 \\ z = y \end{cases}$$

3.1.2 (1.25 puntos) Los planos paralelos a π cuya distancia al punto $P = (0, 1, 2)$ es 2.

3.2 Se considera el plano π con ecuación $2x + 3y - z = 0$ y los cuatro puntos $A = (0, 0, 0)$, $B = (10, 0, -20)$, $C = (0, 15, -30)$ y $D = (1, 2, -1)$.

3.2.1 (0.5 puntos) Comprobar si el triángulo ABC pertenece al plano π .

3.2.2 (0.5 puntos) Calcular la distancia del punto D al plano π .

3.2.3 (1.5 puntos) Calcular las coordenadas de la proyección del punto D sobre el plano formado por los puntos A , B y C .

PREGUNTA 4: ANÁLISIS (2,5 puntos)

Responda al apartado 4.1 o al apartado 4.2

4.1 Sea la función real de variable real

$$f(x) = \frac{x}{9 - x^2}.$$

- 4.1.1 **(0.75 puntos)** Calcular el dominio de definición, las asíntotas y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f .
- 4.1.2 **(0.25 puntos)** Dibujar la curva $y = f(x)$.
- 4.1.3 **(0.75 puntos)** Hallar todas las primitivas de f .
- 4.1.4 **(0.75 puntos)** Calcular el área comprendida entre las curvas $y = f(x)$, $x = -1$, $x = 1$ y el eje de abscisas.
-

4.2 Se quiere construir un bote de refresco cilíndrico de volumen 33 cm^3 que tenga un área total (incluyendo las tapas) mínima. Se pide:

- 4.2.1 **(0.5 puntos)** Expresar el área total del bote en función del radio de su base y de su altura.
- 4.2.2 **(1.5 puntos)** Obtener las dimensiones que minimizan el área total del bote.
- 4.2.3 **(0.5 puntos)** Hallar dicha área.