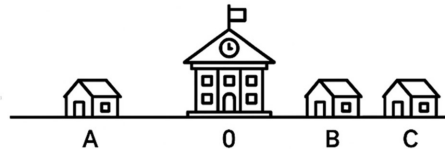


Problema 1. A. Alberto, Braulio y Carlos son amigos y viven en un pequeño pueblo, en tres casas distintas que podemos suponer situadas en línea recta alineadas con el Ayuntamiento del pueblo. Si tomamos como punto 0 este Ayuntamiento y A, B, C las posiciones en la recta de cada una de las casas de los amigos al Ayuntamiento sabemos que dichas posiciones suman 3000 y que $A < 0 < B < C$. Además, la distancia entre la casa de Alberto y la casa de Braulio es dos veces la distancia del Ayuntamiento a casa de Carlos. Finalmente, la distancia entre la casa de Alberto y la casa de Carlos es tres veces la distancia del Ayuntamiento a casa de Braulio. Determina las posiciones A, B y C de las casas. Recuerda que la distancia entre dos posiciones A y B con $A < B$ es $B - A$.



(Planteamiento correcto 1,5 puntos --- Resolución correcta 2 puntos)

Solución:

Llamando: x = posición de la casa de Alberto
 y = posición de la casa de Braulio
 z = posición de la casa de Carlos

Del enunciado del problema obtenemos: $(x < 0 < y < z)$

“dichas posiciones suman 3000”, $x + y + z = 3000$

“la distancia entre la casa de Alberto y la casa de Braulio es dos veces la distancia del Ayuntamiento a casa de Carlos”, $y - x = 2z$; $y - x - 2z = 0$; $x - y + 2z = 0$

“la distancia entre la casa de Alberto y la casa de Carlos es tres veces la distancia del Ayuntamiento a casa de Braulio”, $z - x = 3y$; $z - x - 3y = 0$; $x + 3y - z = 0$

El sistema a resolver es:

$$\begin{cases} x + y + z = 3000 \\ x - y + 2z = 0 \\ x + 3y - z = 0 \end{cases}$$

Lo resolveremos por Gauss.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3000 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{F_2 - F_1 \\ F_3 - F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3000 \\ 0 & -2 & 1 & -3000 \\ 0 & 2 & -2 & -3000 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 + F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3000 \\ 0 & -2 & 1 & -3000 \\ 0 & 0 & -1 & -6000 \end{array} \right)$$

$$\text{De } F_3 \rightarrow -z = -6000; \quad z = 6000$$

$$\text{De } F_2 \rightarrow -2y + z = -3000 \rightarrow -2y + 6000 = -3000 \rightarrow -2y = -3000 - 6000 \rightarrow -2y = -9000; \\ y = \frac{-9000}{-2} = 4500$$

$$\text{De } F_1 \rightarrow x + y + z = 3000 \rightarrow x + 4500 + 6000 = 3000; \quad x + 10500 = 3000; \quad x = 3000 - 10500 = -7500$$

Solución: la casa de Alberto está en la posición -7500 , la de Braulio en la 4500 y la de Carlos en la 6000 .

Problema 1. B. Una empresa de joyería tiene dos máquinas, A y B, con las que puede hacer anillos, pulseras y collares. La empresa tiene que decidir el número de horas de trabajo de cada una de las máquinas para la próxima semana. En cada hora de trabajo, la máquina A realiza 2 anillos, 8 pulseras y 4 collares, mientras que la máquina B realiza 9 anillos, 4 pulseras y 10 collares. Durante la próxima semana la empresa debe producir al menos 80 anillos, 96 pulseras y 120 collares. El coste por cada hora de trabajo de la máquina A es 250 euros y el de la máquina B es 600 euros.

- a) ¿Cuántas horas tiene que trabajar cada máquina para que el coste total de producción sea mínimo? (3 puntos)
- b) ¿Cuál es dicho coste mínimo? (0,5 puntos)

Solución:

Llamando: x = horas de trabajo de la máquina A

y = horas de trabajo de la máquina B

Los datos del problema podemos resumirlo en la tabla siguiente:

	horas	producción/h			Coste/h
		Anillos	Pulseras	collares	
A	x	2	8	4	250€
B	y	9	4	10	600€
Producción mínima		80	96	120	

El problema proporciona las siguientes restricciones:

Durante la próxima semana la empresa debe producir

al menos 80 anillos $\rightarrow 2x + 9y \geq 80$

al menos 96 pulseras $\rightarrow 8x + 4y \geq 96$

al menos 120 collares $\rightarrow 4x + 10y \geq 120$

Como las variables x e y representan litros $x, y \geq 0$.

El coste viene dado por la función: $z = 250x + 600y$

El problema a resolver es:

minimizar $z = 250x + 600y$

$$\text{s.a.} \begin{cases} 2x + 9y \geq 80 \\ 8x + 4y \geq 96 \\ 4x + 10y \geq 120 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

(a) $2x + 9y \geq 80$

(b) $8x + 4y \geq 96$

(c) $4x + 10y \geq 120$

$2x + 9y = 80$

$8x + 4y = 96$

$4x + 10y = 120$

x	y
0	$\frac{80}{9} \cong 8,88$
40	0

x	y
0	24
12	0

x	y
0	12
30	0

¿(0,0) cumple?

¿(0,0) cumple?

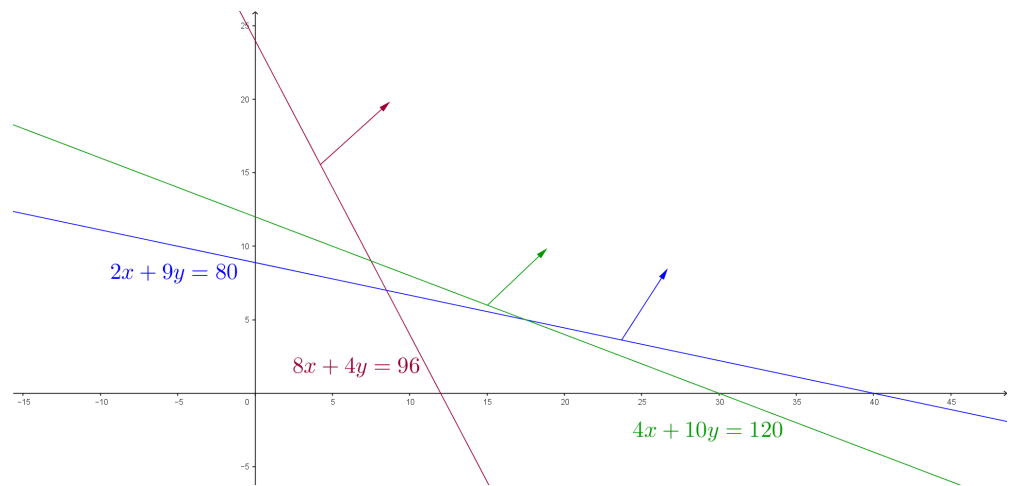
¿(0,0) cumple?

$2 \cdot 0 + 9 \cdot 0 \geq 80$ No

$8 \cdot 0 + 4 \cdot 0 \geq 96$ No

$4 \cdot 0 + 10 \cdot 0 \geq 120$ No

La representación gráfica será:



Puntos de corte entre las rectas:

Punto de corte entre (a) y (b):

$$\begin{cases} 2x + 9y = 80 & -4xI^a \begin{cases} -8x - 36y = -320 \\ 8x + 4y = 96 \end{cases} \\ 8x + 4y = 96 & 2^a \end{cases}$$

$$\text{Sumando: } -32y = -224; \quad y = \frac{-224}{-32} = 7$$

Sustituyendo el valor de y en la 2ª ecuación:

$$8x + 4 \cdot 7 = 96; \quad 8x = 96 - 28; \quad 8x = 68; \quad x = \frac{68}{8} = 8.5 \rightarrow (8.5, 7)$$

Punto de corte entre (a) y (c):

$$\begin{cases} 2x + 9y = 80 & -2xI^a \begin{cases} -4x - 18y = -160 \\ 4x + 10y = 120 \end{cases} \\ 4x + 10y = 120 & 2^a \end{cases}$$

$$\text{Sumando: } -8y = -40; \quad y = \frac{-40}{-8} = 5$$

Sustituyendo el valor de y en la 1ª ecuación:

$$2x + 9 \cdot 5 = 80; \quad 2x = 80 - 45; \quad 2x = 35; \quad x = \frac{35}{2} = 17.5 \rightarrow (17.5, 5)$$

Punto de corte entre (b) y (c):

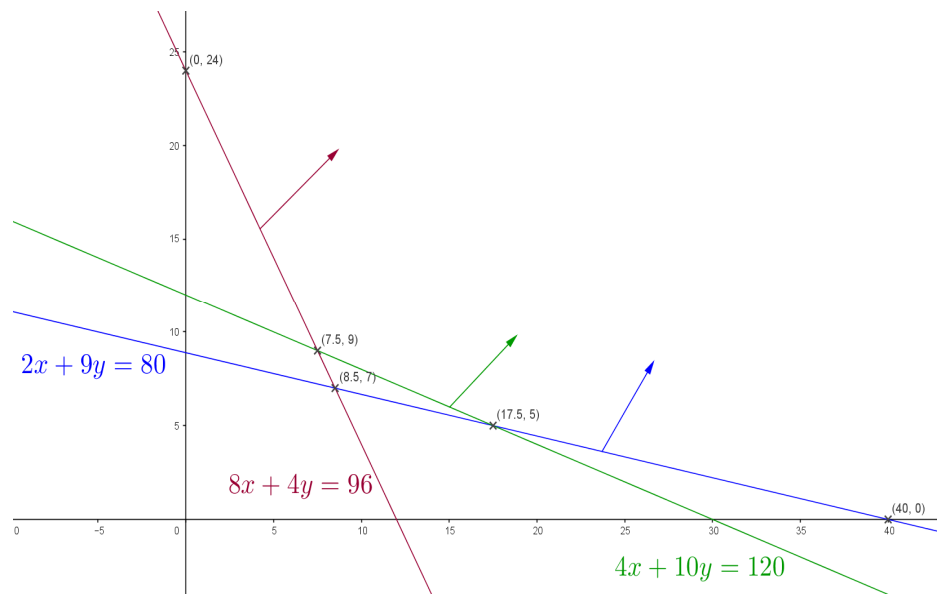
$$\begin{cases} 4x + 10y = 120 & -2xI^a \begin{cases} -8x - 20y = -240 \\ 8x + 4y = 96 \end{cases} \\ 8x + 4y = 96 & 2^a \end{cases}$$

$$\text{Sumando: } -16y = -144; \quad y = \frac{-144}{-16} = 9$$

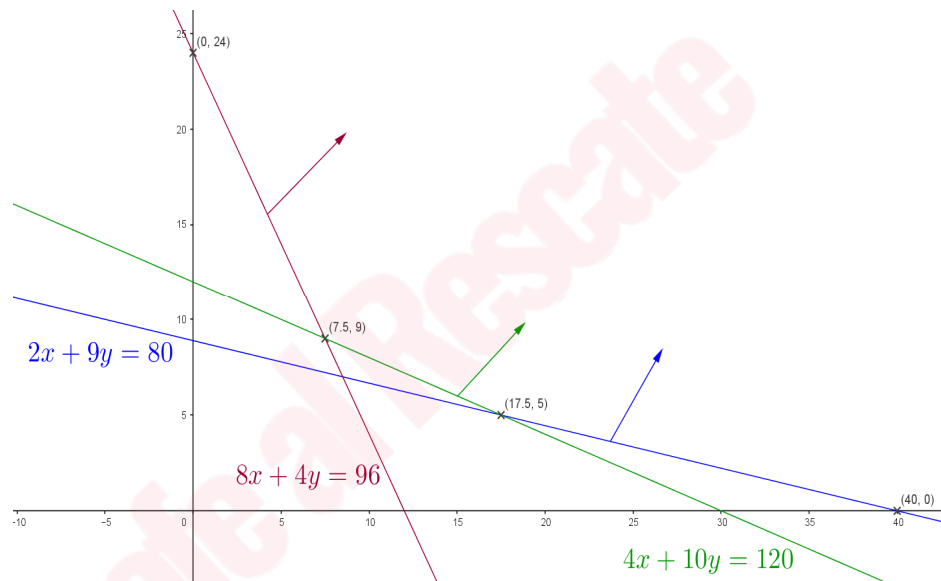
Sustituyendo el valor de y en la 1ª ecuación:

$$4x + 10 \cdot 9 = 120; \quad 4x = 120 - 90; \quad 4x = 30; \quad x = \frac{30}{4} = 7.5 \rightarrow (7.5, 9)$$

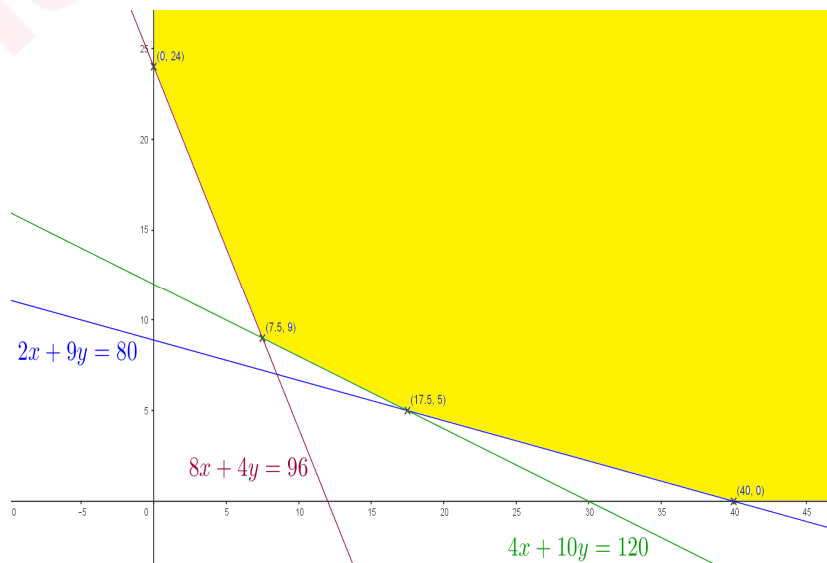
Marcando estos puntos y los cortes con los ejes coordenados obtenidos anteriormente:



Los vértices de la región factible son: $(0, 24)$, $(7.5, 9)$, $(17.5, 5)$ y $(40, 0)$



La región determinada por el sistema de inecuaciones (región factible) está formada por los puntos de la zona sombreada.



El mínimo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los extremos de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices,

x, y	$z = 250x + 600y$	
0, 24	$250 \cdot 0 + 600 \cdot 24 = 14400$	
7'5, 9	$250 \cdot 7'5 + 600 \cdot 9 = 7275$	mínimo
17'5, 5	$250 \cdot 17'5 + 600 \cdot 5 = 7375$	
40, 0	$250 \cdot 40 + 600 \cdot 0 = 10000$	

El mínimo se alcanza en el punto (7'5 , 9)

Por tanto,

- a) **La máquina A debe trabajar 7'5 horas y la B 9 horas para que el coste total de producción sea mínimo.**
- b) **Dicho coste mínimo será de 7275€.**

Tu Profe al Rescate

Problema 2. A. Tras un vertido químico accidental en un estanque, la concentración en partes por millón (ppm) de tóxico evoluciona durante las primeras 15 horas según la siguiente función, donde t representa el tiempo en horas:

$$C(t) = \begin{cases} -t^2 + 8t + a & 0 \leq t \leq 6 \\ \frac{12t + 89}{t + 1} & 6 < t \leq 15 \end{cases}$$

- Halla el valor de a sabiendo que $C(t)$ es una función continua en el intervalo $[0,15]$. (0,5 puntos)
- Halla el instante en el que la concentración es máxima en el intervalo de tiempo $[0,6]$ y determina si el valor obtenido es el máximo absoluto durante las 15 horas. (1 punto)
- Justifica si la concentración ha ido reduciéndose en todo momento en el tramo $]6,15]$. (0,5 puntos)
- Se debe emitir una alerta siempre que la concentración supere las 20 ppm. Determina todos los intervalos de tiempo en los que la alerta debe estar activada. (1,5 puntos)

Solución:

a) ¿ a ? / $C(t)$ sea continua en $[0,15]$.

En el intervalo $(0,6)$, $C(t)$ es un polinomio de 2º grado luego es continua.

En el intervalo $(6,15]$, $C(t) = \frac{12t + 89}{t + 1}$ habría problemas de continuidad cuando $t + 1 = 0$; $t = -1 \notin (6,15]$, luego es continua.

Veamos la continuidad en $t = 6$.

$$a) C(6) = -6^2 + 8 \cdot 6 + a = 12 + a$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 6} C(t) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 6^-} C(t) = \lim_{x \rightarrow 6^-} (-t^2 + 8t + a) = 12 + a \\ \lim_{x \rightarrow 6^+} C(t) = \lim_{x \rightarrow 6^+} \left(\frac{12t + 89}{t + 1} \right) = \frac{12 \cdot 6 + 89}{6 + 1} = 23 \end{cases}$$

Para que exista el límite debe ser $12 + a = 23$; $a = 23 - 12 = 11$

Para que $C(t)$ sea continua en $t = 6$ debe ser $a = 11$.

Solución: $C(t)$ es continua en $[0, 15]$ cuando $a = 11$.

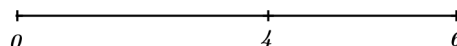
b) Halla el instante en el que la concentración es máxima en el intervalo de tiempo $[0,6]$ y determina si el valor obtenido es el máximo absoluto durante las 15 horas.

b.1) Máximo de $C(t)$ en $[0,6]$,

$$C(t) = -t^2 + 8t + a$$

$$C'(t) = -2t + 8; \quad -2t + 8 = 0; \quad -2t = -8; \quad t = \frac{-8}{-2} = 4$$

Debemos estudiar el signo de $C'(t)$ en los siguientes intervalos:



t	$C'(t) = -2t + 8$
1	$C'(1) = -2 \cdot 1 + 8 = 6 > 0$
5	$C'(5) = -2 \cdot 5 + 8 = -2 < 0$

el signo de $C'(t)$ es:

Entonces en $t = 4$ hay un máximo relativo que es el absoluto de $C(t)$ en $[0, 6]$ por ser la función creciente a su izquierda y decreciente a su derecha.

En el intervalo $[0, 6]$ la concentración es máxima en el instante $t = 4$.

b.2) Para determinar si el valor obtenido es el máximo absoluto durante las 15 horas, estudiemos la monotonía de $C(t)$ en el intervalo $(6, 15]$,

$$C(t) = \frac{12t + 89}{t + 1}; \quad C'(t) = \frac{12(t+1) - (12t + 89) \cdot 1}{(t+1)^2} = \frac{12t + 12 - 12t - 89}{(t+1)^2} = \frac{-77}{(t+1)^2}$$

En $C'(t)$ el numerador es negativo y el denominador positivo (por ser algo al cuadrado), luego $C'(t)$ es negativo y por tanto $C(t)$ es decreciente en $(6, 15]$

Como $C(t)$ es continua en $[0, 15]$, creciente en $(0, 4)$ y decreciente en $(4, 15)$ el máximo absoluto obtenido en b.1) es el máximo absoluto de $C(t)$ en $[0, 15]$.

El máximo absoluto de $C(t)$ durante la 15 horas se alcanza en el instante $t = 4$.

c) Justifica si la concentración ha ido reduciéndose en todo momento en el tramo $]6, 15]$.

Como en el apartado anterior hemos obtenido que $C(t)$ es decreciente en $(6, 15)$ deducimos que:

la concentración ha ido reduciéndose en todo momento en el tramo $]6, 15]$.

d) ¿ $t? / C(t) > 20$

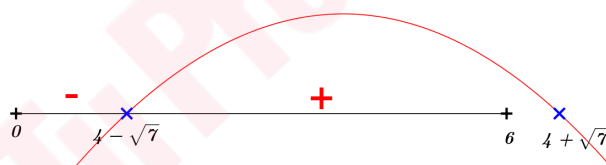
En el intervalo $[0, 6]$:

$$-t^2 + 8t + 11 > 20; \quad -t^2 + 8t - 9 > 0$$

$$-t^2 + 8t - 9 = 0; \quad t = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-9)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{7}}{-2} = 4 \pm \sqrt{7} \begin{cases} t_1 = 4 + \sqrt{7} \cong 6.64 \notin [0, 6] \\ t_2 = 4 - \sqrt{7} \cong 1.35 \in [0, 6] \end{cases}$$

Como la inecuación es de 2º grado con coeficiente de t^2 negativo y raíces las obtenidas la solución

gráfica es:



Por tanto, en el intervalo $[0, 6]$ $C(t) > 20$ en $(4 - \sqrt{7}, 6]$

En el intervalo $(6, 15]$:

En este intervalo $C(t)$ es decreciente y sabemos que $C(6) = 23$. Resolvamos $C(t) = 20$:

$$\frac{12t + 89}{t + 1} = 20; \quad 12t + 89 = 20t + 20; \quad 12t - 20t = 20 - 89; \quad -8t = -69; \quad t = \frac{-69}{-8} = 8.625$$

Por tanto, en el intervalo $(6, 15]$ $C(t) > 20$ en $(6, 8.625)$

Solución: se debe emitir una alerta en el intervalo de tiempo $(4 - \sqrt{7}, 8.625)$.

Problema 2. B. El valor de los activos de una empresa, en millones de euros, a los x años de su creación, viene dado por la función $f(x)$ para $x \in [0,5]$. Se sabe que, en el tiempo inicial, los activos tenían un valor de cuatro millones de euros y al cabo de un año valían un millón de euros menos.

$$f(x) = A x + \frac{B}{x+1}$$

Determina:

- Los coeficientes A y B de la función. (0,25 puntos)
- El intervalo en el que el valor de los activos es mayor de 4 millones. (0,5 puntos)
- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. (1,5 puntos)
- El momento en que el valor fue máximo y mínimo, y el valor de estos. (0,5 puntos)
- El área entre la función $g(x) = (x+1)f(x)$, el eje OX y las rectas $x=2$ y $x=3$. (0,75 puntos)

Solución:

a) ¿ A y B ?

De los datos del problema:

“en el tiempo inicial, los activos tenían un valor de cuatro millones de euros” $\rightarrow f(0) = 4$

“al cabo de un año valían un millón de euros menos” $\rightarrow f(1) = 3$

$$f(0) = 4 \rightarrow A \cdot 0 + \frac{B}{0+1} = 4; \quad B = 4$$

$$f(1) = 3 \rightarrow A \cdot 1 + \frac{4}{1+1} = 3; \quad A + 2 = 3; \quad A = 3 - 2 = 1$$

Solución: $A = 1$ y $B = 4$.

b) ¿Intervalo? / $f(x) > 4$.

$$x + \frac{4}{x+1} > 4; \quad x(x+1) + 4 > 4(x+1); \quad x^2 + x + 4 > 4x + 4; \quad x^2 + x + 4 - 4x - 4 > 0; \quad x^2 - 3x > 0$$

$$x^2 - 3x = 0; \quad x(x-3) = 0 \begin{cases} x=0 \\ x-3=0; \quad x=3 \end{cases}$$

Como la inecuación es de 2º grado con coeficiente de x^2 positivo y raíces las obtenidas, la solución



Por tanto, en el intervalo $(3, 5]$ $f(x) > 4$.

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

$$f(x) = x + \frac{4}{x+1} \quad x \in [0, 5]$$

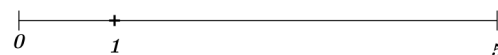
Estudiamos el signo de $f'(x)$,

$$f'(x) = 1 + \frac{-4 \cdot 1}{(x+1)^2} = 1 - \frac{4}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = 0; \quad 1 - \frac{4}{(x+1)^2} = 0; \quad (x+1)^2 - 4 = 0; \quad (x+1)^2 = 4; \quad x+1 = \pm\sqrt{4};$$

$$x+1 = \pm 2 \begin{cases} x+1=2; & x=1 \\ x+1=-2; & x=-3 \notin [0,5] \end{cases}$$

Debemos estudiar el signo de $f'(x)$ en los siguientes intervalos:



$$x=0.5, \quad f'(0.5) = 1 - \frac{4}{(0.5+1)^2} = -\frac{7}{9} < 0$$

$$x=2, \quad f'(2) = 1 - \frac{4}{(2+1)^2} = \frac{5}{9} > 0$$

→ el signo de $f'(x)$ será

Luego, $f(x)$ es decreciente en el intervalo $(0, 1)$ y creciente en $(1, 5)$.

d) El momento en que el valor fue máximo y mínimo, y el valor de estos.

De lo estudiado en el apartado c) $f(x)$ tiene un mínimo relativo en $x = 1$.

Como $f(x)$ es decreciente a la izquierda de 1 y creciente a su derecha, este mínimo es el absoluto. En el apartado a) obtuvimos que $f(1) = 4$.

Obtengamos los valores de $f(x)$ en los extremos del intervalo,

Del apartado a) sabemos que $f(0) = 4$

$$f(5) = 5 + \frac{4}{5+1} = \frac{17}{3} \cong 5.666...$$

Finalmente, el valor máximo se alcanza al cabo de 5 años y es de $\frac{17}{3}$ millones de euros y el mínimo se alcanza al cabo de 1 año y es de 3 millones de euros.

e) El área entre la función $g(x) = (x+1)f(x)$, el eje OX y las rectas $x=2$ y $x=3$.

Obtengamos la función $g(x)$,

$$g(x) = (x+1)f(x) = (x+1) \left(x + \frac{4}{x+1} \right) = (x+1)x + 4 = x^2 + x + 4, \quad g(x) \text{ es un polinomio de } 2^\circ \text{ grado.}$$

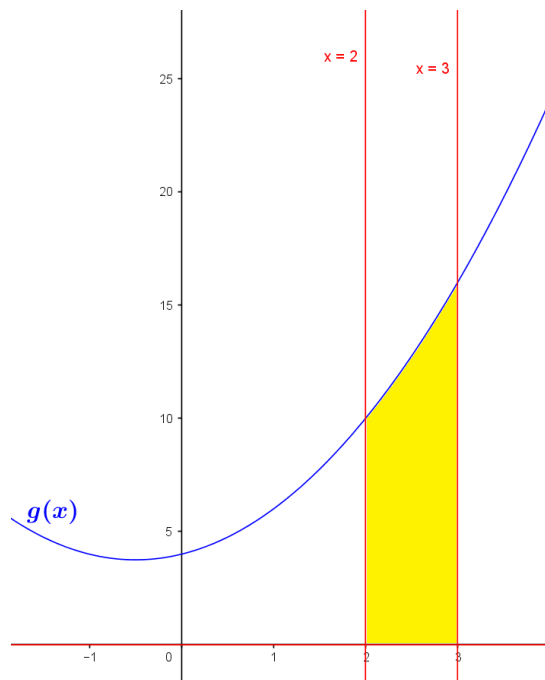
Para representarlo calculamos sus puntos de corte con los ejes coordenados y su vértice:

$$x=0, \quad g(0) = 0^2 + 0 + 4 = 4 \quad (0, 4)$$

$$g(x)=0, \quad x^2 + x + 4 = 0; \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{-15}}{2} \text{ no existe. No corta al eje OX.}$$

$$\text{Vértice, } x = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2 \cdot 1} = -\frac{1}{2}; \quad g\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right) + 4 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 4 = \frac{15}{4} = 3.75$$

El área a calcular es:



Esta área la calculamos mediante la siguiente integral definida:

$$\begin{aligned}\int_2^3 (x^2 + x + 4) dt &= \left[\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 4x \right]_2^3 = \\ &= \left[\left(\frac{3^3}{3} + \frac{3^2}{2} + 4 \cdot 3 \right) - \left(\frac{2^3}{3} + \frac{2^2}{2} + 4 \cdot 2 \right) \right] = \frac{51}{2} - \frac{38}{3} = \frac{77}{6}\end{aligned}$$

El área pedida mide $\frac{77}{6}$ u.a.

Tu Profe al Rescate

Problema 3. El 30% de los youtubers realizan guiones originales y pueden considerarse talentosos. El 70% restante copian tendencias y se consideran no talentosos. Si el creador es talentoso, tiene una probabilidad de 0,5 de que un vídeo se haga viral. Si el creador no es talentoso, la probabilidad de que un vídeo se haga viral es de 0,05. Calcula:

- La probabilidad de que el siguiente vídeo que se publique sea viral. (0,75 puntos)
- La probabilidad de que el creador del próximo vídeo viral sea talentoso. (0,75 puntos)
- La probabilidad de que en los próximos 4 vídeos de un creador no talentoso haya 2 o más vídeos que se hagan virales. (0,75 puntos)
- La probabilidad de que en los próximos 100 vídeos de un creador talentoso haya al menos 40 vídeos que se hagan virales. (0,75 puntos)

Solución:

Utilizamos los siguientes sucesos:

T = youtuber talentoso

NT = youtuber no talentoso

Vir = el vídeo se hace viral

$Nvir$ = el vídeo no se hace viral

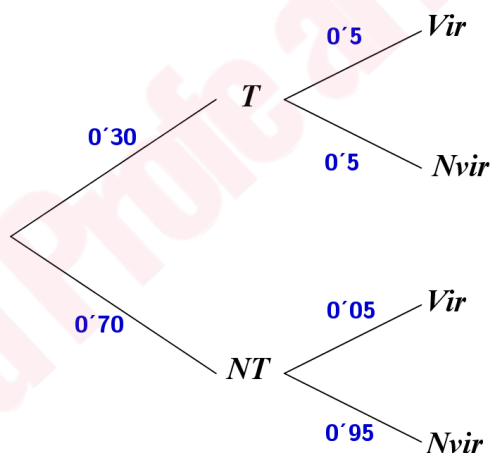
De los datos del enunciado,

“El 30% de los youtubers realizan guiones originales y pueden considerarse talentosos” $P(T) = 0,30$ y
 “el 70% restante copian tendencias y se consideran no talentosos” $P(NT) = 0,70$

“Si el creador es talentoso, tiene una probabilidad de 0,5 de que un vídeo se haga viral” $\rightarrow P(Vir) = 0,5$ y $P(Nvir) = 0,5$

“Si el creador no es talentoso, la probabilidad de que un vídeo se haga viral es 0,05” $\rightarrow P(Vir) = 0,05$ y $P(Nvir) = 0,95$

El árbol del problema es:



- a) Calcula la probabilidad de que el siguiente vídeo que se publique sea viral.

La probabilidad pedida es: $P(Vir)$. $P(Vir) = 0,30 \cdot 0,5 + 0,70 \cdot 0,05 = 0,185$

La probabilidad de que el siguiente vídeo que se publique sea viral es 0,185.

- b) Calcula la probabilidad de que el creador del próximo vídeo viral sea talentoso.

La probabilidad pedida es: $P\left(\frac{T}{Vir}\right)$

$$P\left(\frac{T}{Vir}\right) = \frac{P(T \cap Vir)}{P(Vir)} = \frac{0,30 \cdot 0,5}{0,185} = \frac{30}{37} \approx 0,8108$$

La probabilidad de que el creador del próximo vídeo viral sea talentoso es 0,8108.

c) Calcula la probabilidad de que en los próximos 4 vídeos de un creador no talentoso haya 2 o más vídeos que se hagan virales.

Para un youtuber no talentoso $P(\text{Vir}) = 0.05$. El youtuber realiza 4 vídeos.

Consideramos la variable $X = n^\circ$ de vídeos virales de los cuatro creados por un youtuber no talentoso

$$X = B(4, 0.05)$$

La probabilidad pedida es: $P(X \geq 2)$

A partir de la tabla de la distribución binomial que tenemos, el cálculo será:

TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

$$P[X = x] = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

n	x	p												
		0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,49	0,50
2	0	0,9801	0,9025	0,8100	0,7225	0,6400	0,5625	0,4900	0,4444	0,4225	0,3600	0,3025	0,2601	0,2500
	1	0,0198	0,0975	0,1800	0,2575	0,3200	0,3750	0,4200	0,4444	0,4550	0,4800	0,4950	0,4998	0,5000
	2	0,0001	0,0025	0,0100	0,0225	0,0400	0,0625	0,0900	0,1111	0,1225	0,1600	0,2025	0,2401	0,2500
3	0	0,9703	0,8574	0,7290	0,6141	0,5120	0,4219	0,3430	0,2963	0,2746	0,2160	0,1664	0,1327	0,1250
	1	0,0294	0,1354	0,2430	0,3251	0,3840	0,4219	0,4410	0,4444	0,4436	0,4320	0,4084	0,3823	0,3750
	2	0,0003	0,0071	0,0270	0,0574	0,0960	0,1406	0,1890	0,2222	0,2389	0,2880	0,3341	0,3674	0,3750
4	0	0,9606	0,8145	0,6561	0,5220	0,4096	0,3164	0,2401	0,1975	0,1785	0,1296	0,0915	0,0677	0,0625
	1	0,0388	0,1715	0,2916	0,3685	0,4096	0,4219	0,4116	0,3951	0,3845	0,3456	0,2995	0,2600	0,2500
	2	0,0006	0,0135	0,0486	0,0975	0,1536	0,2109	0,2646	0,2963	0,3105	0,3456	0,3675	0,3747	0,3750
4	3	0,0000	0,0005	0,0036	0,0115	0,0256	0,0469	0,0756	0,0988	0,1115	0,1536	0,2005	0,2400	0,2500
	4	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0016	0,0039	0,0081	0,0123	0,0150	0,0256	0,0410	0,0576	0,0625

$$P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 0.0135 + 0.0005 + 0.0000 = 0.0140$$

La probabilidad de que en los próximos 4 vídeos de un creador no talentoso haya 2 o más vídeos que se hagan virales es 0.0140.

d) Calcula la probabilidad de que en los próximos 100 vídeos de un creador talentoso haya al menos 40 vídeos que se hagan virales.

Para un youtuber talentoso $P(\text{Vir}) = 0.5$. El youtuber realiza 100 vídeos.

Consideramos la variable $X = n^\circ$ de vídeos virales de los cien creados por un youtuber talentoso

$$X = B(100, 0.5)$$

La probabilidad pedida es: $P(X \geq 40)$. Esta probabilidad no podemos calcularla con la tabla de la distribución binomial que tenemos (la tabla es hasta $n = 9$).

Por lo tanto, aproximaremos la variable binomial a una normal.

$$X = B(100, 0.5) \rightarrow \begin{aligned} &\text{media } \mu = 100 \cdot 0.5 = 50 \\ &\text{desv. típica } \sigma = \sqrt{100 \cdot 0.5 \cdot 0.5} = 5 \end{aligned} \rightarrow X \approx Y = N(50, 5)$$

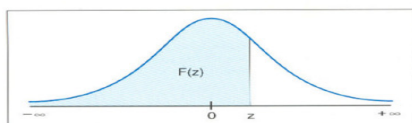
$$P(X \geq 40) = P(Y \geq 39.5) = P\left(\frac{Y - 50}{5} \geq \frac{39.5 - 50}{5}\right) = P(Z \geq -2.1) = P(Z \leq 2.1) = 0.9821$$

Taula de distribució Normal

Tabla de distribución Normal

$N(0,1)$

$F(z) = P(Z \leq z)$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936

La probabilidad pedida es 0.9821.