

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II · PAU

Junio de 2026 · Convocatoria extraordinaria

Desarrollamos los seis ejercicios de ambas opciones.

Problema 1 · Videojuegos y suscripciones

A) Sean c los juegos de consola y o los de ordenador. Los tres equipos imponen

$$c + o \leq 8, \quad 2c + o \leq 15, \quad c + 2o \leq 14, \quad c, o \geq 0.$$

El beneficio diario es $G = 100c + 90o$. Los vértices factibles son $(0, 0)$, $(7, 5, 0)$, $(7, 1)$, $(2, 6)$ y $(0, 7)$. Los beneficios correspondientes son 0, 750, 790, 740 y 630 euros; el mayor es 790 € en $(7, 1)$.

$7 \text{ juegos de consola y } 1 \text{ de ordenador; } G_{\max} = 790 \text{ € diarios.}$

B) Sean m, l, t los precios de Metfilm, Lamparx y Tuing en 2023. El gasto de ese año y la relación de precios dan

$$40m + 50l + 20t = 1850, \quad m = l + 5.$$

En 2024 los precios de Metfilm y Lamparx aumentan 1 €, y las cantidades pasan a 38 y 47. Con el mismo presupuesto,

$$38(m + 1) + 47(l + 1) + 20t = 1850.$$

Al restar esta ecuación de la primera se obtiene $2m + 3l = 85$. Junto con $m = l + 5$, da $l = 15$ y $m = 20$. La primera ecuación proporciona $t = 15$. Sumando 1 € a los precios de las dos plataformas que subieron, obtenemos los de 2024.

	Metfilm	Lamparx	Tuing
2023	20 €	15 €	15 €
2024	21 €	16 €	15 €

Problema 2 · Función a trozos y función racional

A) Para que la función sea continua en $x = 1$ y $x = 4$, igualamos las ramas:

$$\ln(1 + a) = 4 \implies a = e^4 - 1, \quad 25 = 20 + \frac{b}{5} \implies b = 25.$$

Al fijar después $a = 54$ y $b = 25$, la primera rama es $\ln(x^2 + 54)$, la segunda $(x + 1)^2$ y la tercera $5x + 25/(x + 1)$. En $x = 1$ la función no es exactamente continua: el valor es $\ln 55$ y el límite por la derecha es 4. En $x = 4$ sí coincide el valor 25.

En $[-1, 1]$, la derivada de la rama logarítmica es $2x/(x^2 + 54)$, negativa para $x < 0$ y positiva para $x > 0$; el mínimo de ese tramo está en $x = 0$, con valor $\ln 54$. El tramo $(x + 1)^2$ crece desde el límite 4 hasta 25. En el último tramo,

$$\left(5x + \frac{25}{x + 1}\right)' = 5 - \frac{25}{(x + 1)^2} > 0 \quad (x > 4),$$

por lo que crece hasta $x = 5$, donde vale $175/6$. Comparando las ramas y el valor en $x = 1$, el mínimo absoluto en $[-1, 5]$ es $\ln 54$ y el máximo absoluto es $175/6$.

En $[2, 3]$ se usa la rama $(x + 1)^2$, que es positiva; el área es

$$\int_2^3 (x + 1)^2 dx = \left[\frac{(x + 1)^3}{3} \right]_2^3 = \frac{37}{3}.$$

$a = e^4 - 1, \quad b = 25; \quad \min f = \ln 54 \text{ en } x = 0; \quad \max f = \frac{175}{6} \text{ en } x = 5; \quad A = \frac{37}{3}.$

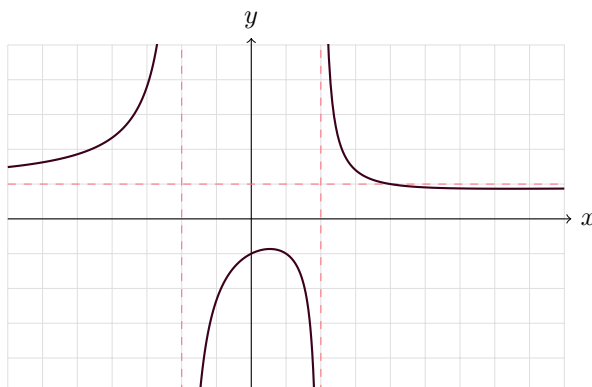
B) El denominador se anula en $x = \pm 2$, así que $\text{Dom } f = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$. El numerador $x^2 - 2x + 4$ tiene discriminante $-12 < 0$, por lo que no hay cortes con el eje X ; el corte con el eje Y es $(0, -1)$. Las asíntotas verticales son $x = -2$ y $x = 2$, y la horizontal es $y = 1$.

Derivando mediante la regla del cociente,

$$f'(x) = \frac{2(x^2 - 8x + 4)}{(x^2 - 4)^2}.$$

Los puntos críticos son $r_1 = 4 - 2\sqrt{3}$ y $r_2 = 4 + 2\sqrt{3}$. El denominador es positivo en el dominio y el numerador es positivo fuera de (r_1, r_2) , negativo entre las raíces. Así, crece en $(-\infty, -2)$, $(-2, r_1)$ y $(r_2, +\infty)$; decrece en $(r_1, 2)$ y $(2, r_2)$. Usando $x^2 = 8x - 4$ en los puntos críticos se obtiene

$$f(r_1) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{máximo local}), \quad f(r_2) = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{mínimo local}).$$



$$\text{Dom } f = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}; \quad AV : x = \pm 2; \quad AH : y = 1; \quad \text{extremos en } r_1, r_2.$$

Problema 3 · Calidad de la gestión

Sean B «empresa bien gestionada» y $+$ «prueba positiva». La prueba da un resultado incorrecto si una empresa bien gestionada sale negativa o si una empresa mal gestionada sale positiva.

a) $P(B^c \cap -) = 0,30 \cdot 0,95 = 0,285.$

b) Aplicando Bayes al resultado positivo:

$$P(B | +) = \frac{0,70 \cdot 0,90}{0,70 \cdot 0,90 + 0,30 \cdot 0,05} = \frac{42}{43}.$$

c) Sumamos los dos casos de error, que son incompatibles:

$$P(\text{error}) = 0,70 \cdot 0,10 + 0,30 \cdot 0,05 = 0,085.$$

$$P(B^c \cap -) = 0,285; \quad P(B | +) = \frac{42}{43}; \quad P(\text{error}) = 0,085.$$