

**BAREMO DEL EXAMEN:** Se elegirá sólo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

### OPCIÓN A

**PROBLEMA A.1.** Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + 3y + z = \alpha \\ x + y - \alpha z = 1 \\ 2x + \alpha y - z = 2\alpha + 3 \end{cases} \quad \text{donde } \alpha \text{ es un}$$

parámetro real. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La solución del sistema cuando  $\alpha = -1$ . (3 puntos)
- Todas las soluciones del sistema cuando  $\alpha = 0$ . (3 puntos)
- El valor de  $\alpha$  para el que el sistema es incompatible. (4 puntos)

**PROBLEMA A.2.** Se dan las rectas

$$r: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}, \quad s: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -\lambda \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{y el punto } P(0, 3, -2).$$

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- Las ecuaciones de la recta que pasa por el punto  $P$  y es paralela a la recta  $r$ . (3 puntos)
- La ecuación del plano que contiene a la recta  $r$  y es paralelo a la recta  $s$ . (4 puntos)
- La distancia entre las rectas  $r$  y  $s$ . (3 puntos)

**PROBLEMA A.3.** Se da la función  $f$  definida por  $f(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$ .

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- El dominio y las asíntotas de la función  $f$ . (3 puntos)
- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función  $f$ . (4 puntos)
- La integral  $\int \frac{x}{(x+1)^2} dx$  (3 puntos)

### OPCIÓN B

**PROBLEMA B.1.** Se dan las matrices  $A = \begin{pmatrix} x & 1 & -1 \\ y & 2 & 3 \\ z & 1 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} x & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- Los valores de  $x$  para los que la matriz  $B$  tiene inversa. (3 puntos)
- El valor del determinante de las matrices  $A^3$  y  $\begin{pmatrix} 2x & 5 & -1 \\ 2y & 10 & 3 \\ 2z & 5 & 0 \end{pmatrix}$ , sabiendo que el valor del determinante de la matriz  $A$  es 8. (4 puntos)
- Los valores de  $x, y, z$  para los cuales  $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 3 & 7 & 6 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ . (3 puntos)

**PROBLEMA B.2.** Se dan las rectas  $r: \begin{cases} 2x - y + 5 = 0 \\ 6x - z + 8 = 0 \end{cases}$  y  $s: \begin{cases} x = 1 - 2\alpha \\ y = 2 + \alpha \\ z = 3 - \alpha \end{cases}$  y el plano

$\pi: 2x + mz + 1 = 0$ , siendo  $m$  un parámetro real. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La posición relativa de las rectas  $r$  y  $s$  y el punto (o puntos) comunes a  $r$  y  $s$ . (4 puntos)
- El valor del parámetro  $m$  para que la recta  $s$  sea paralela al plano  $\pi$ . (3 puntos)
- La ecuación del plano que contiene a la recta  $s$  y al punto  $P(1, 2, 4)$ . (3 puntos)

**PROBLEMA B.3.** Se va a construir un depósito de  $1500 \text{ m}^3$  de capacidad, con forma de caja abierta por la parte superior. Su base es un cuadrado y las paredes laterales son cuatro rectángulos iguales perpendiculares a la base. El precio de cada  $\text{m}^2$  de la base es de 15€ y el precio de cada  $\text{m}^2$  de pared lateral es de 5€.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- El coste total del depósito en función de la longitud  $x$  de un lado de la base. (3 puntos)
- Las longitudes del lado de la base y de la altura del depósito para que dicho coste total sea mínimo. (5 puntos)
- El valor del mínimo coste total del depósito. (2 puntos)