

# PAU Andalucía - Matemáticas II

## Modelo 5 de 2009

Soluciones desarrolladas · PAU Andalucía

### Opción A · Ejercicio 1

La continuidad en  $x = 1$  exige  $-1 + b = 3a - 5$ , y la igualdad de derivadas laterales exige  $b - 2 = 2a - 5$ . Resolviendo estas dos condiciones se obtiene

$$a = 2, \quad b = 1.$$

### Opción A · Ejercicio 2

a) Por partes, con  $u = x$  y  $dv = \sin x \, dx$ :

$$\int x \sin x \, dx = -x \cos x + \sin x + C.$$

b) Los cortes de  $-x^2 + 1$  y  $x - 1$  son  $x = -2, 1$ . La primera curva queda por encima en ese intervalo, luego

$$A = \int_{-2}^1 (-x^2 - x + 2) dx = \left[ \frac{9}{2} \right].$$

### Opción A · Ejercicio 3

a) El sistema tiene matriz de coeficientes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

De la primera ecuación,  $x = 2 - z$ ; sustituyendo en la segunda,  $y = 2 - 3z$ , y la tercera queda satisfecha. Por tanto,

$$(x, y, z) = (2 - t, 2 - 3t, t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

b) La primera ecuación del segundo sistema obliga a  $t = 1$ , así que la solución común es  $(1, -1, 1)$ . La última ecuación da  $1 - 2 + \lambda = -3$ , luego  $\lambda = -2$ .

### Opción A · Ejercicio 4

La recta une  $A = (1, 1, -1)$  con un punto  $(0, 0, t)$  del eje  $Z$ . Su vector director  $(-1, -1, t + 1)$  debe ser perpendicular al normal  $(1, -1, 1)$  del plano:

$$t + 1 = 0 \implies (0, 0, t) = (0, 0, -1).$$

Así, la recta es  $(x, y, z) = (1, 1, -1) + s(1, 1, 0)$ .

### Opción B · Ejercicio 1

Un extremo local en  $x = 0$  y otro en  $x = 2$  exigen  $f(0) = 0$ ,  $f(2) = 2$  y  $f'(0) = f'(2) = 0$ . De  $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ , resulta  $c = 0$  y  $12a + 4b = 0$ . Con  $8a + 4b = 2$ , se obtiene

$$a = -\frac{1}{2}, \quad b = \frac{3}{2}, \quad c = d = 0.$$

### Opción B · Ejercicio 2

Para  $f(x) = 2/x + 2 \ln x$ ,  $x > 0$ , su derivada es  $f'(x) = 2(x-1)/x^2$ . Como  $f$  decrece antes de 1 y crece después, tiene mínimo  $f(1) = 2$ . Por tanto, la curva a es  $f$  y la curva b es  $f'$ . El área sombreada entre  $x = 1$  y  $x = 3$  es

$$A = \int_1^3 (f - f') dx = [2 \ln x + 2x \ln x - 2x]_1^3 - [f(x)]_1^3 = \left[ 6 \ln 3 - \frac{8}{3} \right].$$

### Opción B · Ejercicio 3

---

a) El determinante es 27, y la inversa resulta

$$A^{-1} = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

b) La ecuación  $AX = 3X$  equivale a  $(A - 3I)X = 0$ . El núcleo de  $A - 3I$  está generado por  $(1, -2, 1)$ , por lo que el conjunto solución es la recta

$$(x, y, z) = t(1, -2, 1), \quad t \in \mathbb{R}.$$

### Opción B · Ejercicio 4

---

El vector director de  $r$  es  $(2, -3, -6)$ . Por tanto, el plano perpendicular a  $r$  tiene ese vector como normal; al pasar por  $P = (1, 1, 1)$  queda

$$2x - 3y - 6z + 7 = 0.$$

Como la recta pasa por el origen, sus puntos tienen forma  $(2t, -3t, -6t)$  y su distancia al origen es  $7|t|$ . Al imponer  $7|t| = 4$ , se obtienen

$$\left(\frac{8}{7}, -\frac{12}{7}, -\frac{24}{7}\right), \quad \left(-\frac{8}{7}, \frac{12}{7}, \frac{24}{7}\right).$$