

CATALUÑA · PAU 2019 · ORDINARIA

Matemáticas CCSS

12 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Cada cuestión vale 2 puntos. Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que puedan almacenar datos o que puedan transmitir o recibir información.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2 puntos

En un estudio de mercado, 500 participantes han probado tres cafés diferentes, presentados como producto A, producto B y producto C, y han escogido cuál de los tres les ha gustado más. Sabemos que el producto B ha sido escogido por el doble de personas que el producto A y que el producto B lo han escogido 32 personas más que los productos A y C juntos. Calcule cuántas personas han escogido cada producto.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2 puntos

Considere la función $f(x) = 2x^3 + ax$. Calcule el valor de la constante a para que esta función tenga un extremo relativo en el punto de abscisa $x = -1$. Diga si se trata de un máximo o de un mínimo y dé también el valor que toma la función $f(x)$ en este punto.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2 puntos

Resuelva las cuestiones siguientes:

a) 1 punto

Considere la igualdad $M^2 + a \cdot M + b \cdot I = 0$, donde $M = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, I es la matriz identidad $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ es la matriz nula. Calcule los valores de a y b .

b) 1 punto

Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. Encuentre todas las matrices B que conmuten con la matriz A , es decir, que cumplan que $A \cdot B = B \cdot A$.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

La empresa de deporte de aventura Xtrem prepara para la última semana de junio dos paquetes: el paquete básico (PB) y el paquete súper (PS). El PB incluye una bajada de rafting, una bajada haciendo barranquismo y un salto de puente, y tiene un precio de 50€. Por otro lado, el PS incluye tres bajadas de rafting, dos haciendo barranquismo y un salto de puente, y el precio es de 120€. Por limitaciones climáticas y de personal, solo se pueden hacer 12 bajadas de rafting, 9 haciendo barranquismo y 8 saltos de puente. Para hacer la promoción turística, se quiere saber qué combinación de paquetes proporciona más ingresos.

a) 1,25 puntos

Encuentre las inecuaciones que deben cumplir todas las posibles combinaciones de paquetes. Dibuje la región del plano en la que se encuentran estas posibles soluciones y encuentre la función que da los ingresos en función del número de paquetes de cada tipo.

b) 0,75 puntos

Encuentre el número de paquetes de cada tipo que debe ofrecer la empresa para obtener los ingresos máximos y diga cuáles serían estos ingresos.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

La gráfica de la función $f(x) = ax + b + \frac{8}{x}$ pasa por el punto $(-2, -6)$ y la recta tangente en este punto es paralela al eje de las abscisas.

a) 1 punto

Calcule el valor de a .

b) 1 punto

Calcule el valor de b .

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Un nutricionista, después de hacer un estudio personalizado a un paciente, le propone una dieta. Según el modelo del nutricionista, el peso en kilogramos del paciente seguirá la función

$$f(x) = \frac{63x + 510}{x + 6},$$

donde x denota el número de meses que hace que sigue la dieta.

a) 0,75 puntos

Justifique que la función f es estrictamente decreciente cuando $x \geq 0$.

b) 1,25 puntos

Determine el peso inicial del paciente y cuánto pesará al cabo de dos meses de seguir la dieta según el modelo. ¿Hacia qué valor tenderá su peso a largo plazo? Argumente si este valor límite se alcanzará en algún momento.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

La función $f(x) = \frac{40}{x^2 - 22x + 125}$ muestra aproximadamente la venta diaria, en miles de unidades, de un perfume de moda en función de x , donde x es el día del mes de febrero.

a) 0,75 puntos

¿Cuántas unidades de perfume se vendieron, aproximadamente, el día 5 de febrero? ¿Cuál es el incremento de ventas entre el día 7 y el día 9 de febrero?

b) 1,25 puntos

¿Qué día del mes de febrero se vendieron más perfumes y cuántas unidades se vendieron?

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

Para la Fiesta Mayor, la pastelería del pueblo elabora unas cajas de bombones especiales. La caja pequeña contiene 10 bombones, la mediana tiene 15 bombones y la grande tiene 25. Cada caja va decorada con un lazo conmemorativo. En total han utilizado 210 lazos y 2.650 bombones. Teniendo en cuenta que han elaborado el doble de cajas pequeñas que de medianas y grandes juntas, ¿cuántas cajas de cada tipo han elaborado?

Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

En una fábrica se dispone de 80 kg de acero y 120 kg de aluminio para fabricar bicicletas de montaña y de paseo, que se venderán a 200€ y 150€, respectivamente. Para fabricar una bicicleta de montaña son necesarios 1 kg de acero y 3 kg de aluminio, y para fabricar una de paseo, 2 kg de cada uno de los dos metales.

a) 1,25 puntos

Determine la función objetivo y las restricciones, y dibuje la región factible.

b) 0,75 puntos

Calcule cuántas bicicletas de cada tipo se deben fabricar para obtener el máximo beneficio y diga cuál es este beneficio.

Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

Un comerciante puede comprar artículos a 350€ la unidad. Si los vende a 750€ la unidad, vende 30. Sabemos que la relación entre estas dos variables (el precio de venta y el número de unidades vendidas) es lineal y que, por cada descuento de 20€ en el precio de venta, incrementa las ventas en 3 unidades. Considerando que el comerciante solo comprará el número de artículos que sabe que venderá:

a) 1 punto

Escriba la función de beneficios a partir del número de veces x que se aplica el descuento.

b) 1 punto

Determine el precio de venta que hace máximos los beneficios del comerciante y justifique que es un máximo. Determine cuántas unidades venderá.

Ejercicio 6

OPCIÓN A 2 puntos

Una tienda abre al público desde las 10 horas hasta las 21 horas. Sabemos que los ingresos por ventas, en función de la hora del día, vienen dados por la función:

$$I(t) = -5(m - t)^2 + n,$$

para $10 \leq t \leq 21$.

a) 1 punto

Encuentre el valor de m sabiendo que los ingresos máximos se producen a las 18 horas.

b) 1 punto

Encuentre el valor de n sabiendo que a las 21 horas hay unos ingresos de 500 €.

Ejercicio 6

OPCIÓN B 2 puntos

En una oficina tienen tres proveedores que les suministran el material. La matriz P nos da los precios unitarios, en euros, de cada uno de los artículos A_1 , A_2 y A_3 , según los proveedores p_1 , p_2 y p_3 .

$$P = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 4 \\ 11 & 12 & 13 \\ 13 & 13 & 12 \end{pmatrix}$$

Representamos un pedido de x unidades de A_1 , y unidades de A_2 y z unidades de A_3 por un vector fila $C = (x \ y \ z)$.

a) 0,5 puntos

Explique qué representan cada uno de los elementos del vector que resulta de multiplicar $C \cdot P$.

b) 1,5 puntos

Si tenemos que comprar 25 unidades de A_1 , 10 de A_2 y 15 de A_3 , ¿cuál de los tres proveedores nos ofrece un mejor precio para todo el pedido? ¿Cuál es este precio?