

ANDALUCÍA · PAU 2012 · CONVOCATORIA NO ESPECIFICADA · EXAM 2

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea la función $f : [1, e] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 - 8 \ln(x)$ donde $\ln$ denota la función logaritmo neperiano.

a) 0,75 puntos

Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

b) 1 punto

Calcula los extremos absolutos y relativos de la función f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

c) 0,75 puntos

Estudia los intervalos de concavidad y de convexidad.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^x(x^2 - x + 1)$

a) 0,75 puntos

Calcula $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b) 1,25 puntos

Halla los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan), determinando si son máximos o mínimos.

c) 0,5 puntos

Determina las abscisas de los puntos de inflexión de la gráfica de f .

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^3 - 4x$

a) 0,75 puntos

Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$

b) 0,75 puntos

Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta $y = -x - 2$, determinando los puntos de corte de ambas gráficas.

c) 1 punto

Calcula el área del recinto anterior.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sean $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = x^2 - 2x$ y $g(x) = -x^2 + 4x$ respectivamente.

a) 0,75 puntos

Halla los puntos de corte de sus gráficas y realiza un esbozo del recinto que limitan.

b) 1,75 puntos

Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + (k+1)y + 2z = -1 \\ kx + y + z = 2 \\ x - 2y - z = k + 1 \end{cases}$$

a) 1,75 puntos

Clasifícalo según los distintos valores de k .

b) 0,75 puntos

Resuélvelo para el caso $k = 2$.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Encuentra la matriz X que satisface la ecuación $XA + A^3B = A$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Dadas las rectas $r \equiv \frac{x+3}{-6} = \frac{y-9}{4} = \frac{z-8}{4}$ y $s \equiv \frac{x-3}{3} = \frac{y-9}{-2} = \frac{z-8}{-2}$

a) 1 punto

Determina la posición relativa de las rectas r y s .

b) 1,5 puntos

Calcula la distancia entre r y s .

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Los puntos $A(1, 1, 5)$ y $B(1, 1, 2)$ son vértices consecutivos de un rectángulo $ABCD$. El vértice C , consecutivo a B , está en la recta $x = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+1}{2}$. Determina los vértices C y D .

Tu Profe al Rescate