

BAREMO DEL EXAMEN: Se elegirá sólo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN A

PROBLEMA A.1. Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La matriz inversa de la matriz A . (2 puntos)
- Las matrices X e Y de orden 2×2 tales que $XA = B$ y $AY = B$. (2 + 2 puntos)
- Justificar razonadamente** que si M una matriz cuadrada tal que $M^2 = I$, donde I es la matriz identidad del mismo orden que M , entonces se verifica la igualdad $M^3 = M^7$. (4 puntos)

PROBLEMA A.2. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La ecuación del plano π que pasa por el punto $P(2, 0, 1)$ y es perpendicular a la

recta $r: \begin{cases} x + 2y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ (3 puntos)

- Las coordenadas del punto Q situado en la intersección de la recta r y del plano π . (2 puntos)
- La distancia del punto P a la recta r (3 puntos) y **justificar razonadamente** que la distancia del punto P a un punto cualquiera de la recta r es mayor o igual que

$\frac{3\sqrt{5}}{5}$. (2 puntos)

PROBLEMA A.3. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función real f definida por $f(x) = (x - 1)(x - 3)$, siendo x un número real. (3 puntos)
- El área del recinto acotado limitado entre las curvas $y = (x - 1)(x - 3)$ e $y = -(x - 1)(x - 3)$. (4 puntos)

- c) El valor positivo de a para el cual el área limitada entre la curva $y = a(x-1)(x-3)$, el eje Y y el segmento que une los puntos $(0, 0)$ y $(1, 0)$ es $4/3$. (3 puntos)

OPCIÓN B

PROBLEMA B.1. Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} (1-\alpha)x + (2\alpha+1)y + (2\alpha+2)z = \alpha \\ \alpha x + \alpha y = 2\alpha + 2 \end{cases}$$

Donde α es un parámetro real. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- Todas las soluciones del sistema cuando $\alpha = 1$. (3 puntos)
- La justificación razonada de si el sistema es compatible o incompatible cuando $\alpha = 2$. (3 puntos)
- Los valores de α para los que el sistema es compatible y determinado. (4 puntos)

PROBLEMA B.2. Se dan las rectas $r: \begin{cases} x-y+3=0 \\ 2x-z+2=0 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} 3y+1=0 \\ x-2z-3=0 \end{cases}$

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- El plano paralelo a la recta s que contiene a la recta r . (3 puntos)
- La recta t que pasa por el punto $(0, 0, 0)$, sabiendo que un vector director de t es perpendicular a un vector director de r y también es perpendicular a un vector director de s . (3 puntos)
- Averiguar razonadamente si existe o no un plano perpendicular a s que contenga a la recta r . (4 puntos)

PROBLEMA B.3. Un pueblo está situado en el punto $A(0, 4)$ de un sistema de referencia cartesiano. El tramo de un río situado en el término municipal del pueblo describe la curva

$$y = \frac{x^2}{4}, \quad \text{siendo } -6 \leq x \leq 6.$$

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La distancia entre un punto $P(x, y)$ del río y el pueblo en función de la abscisa x de P . (2 puntos)
- El punto o puntos del tramo del río situados a distancia mínima del pueblo. (4 puntos)
- El punto o puntos del tramo del río situados a distancia máxima del pueblo. (4 puntos)