

**BAREMO DEL EXAMEN:**

**Se han de contestar tres problemas de entre los seis propuestos.**

Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Problema 1.** El veterinario me ha recomendado que mi perro tome diariamente un mínimo de 8 unidades de hidratos de carbono, un mínimo de 46 unidades de proteínas y un mínimo de 12 unidades de grasas. En el mercado encuentro dos marcas A y B de comida para perros. Una lata de la marca A contiene 4 unidades de hidratos de carbono, 6 unidades de proteínas y 1 unidad de grasas. Una lata de la marca B contiene 2 unidades de hidratos de carbono, 20 unidades de proteínas y 12 unidades de grasas. La lata de la marca A cuesta 10 euros y la lata de la marca B cuesta 16 euros.

- ¿Cómo deberé combinar ambas marcas para obtener la dieta deseada por el mínimo precio? (8 puntos)
- ¿Cuál es el mínimo precio que habré de pagar? (2 puntos)

**Problema 2.** Una matriz  $A$  se denomina normal si  $A^t A = A A^t$ , donde  $A^t$  denota la matriz traspuesta de  $A$ .

- Calcula el valor de  $x$  para que la matriz  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & x \end{pmatrix}$  sea normal. (4 puntos)
- Calcula la matriz  $X$  que satisface la ecuación  $A X = B^t X - C$ , donde  
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}. \quad (6 \text{ puntos})$$

**Problema 3.** Se considera la función  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 15}{2x^2 - 3x - 2}$ . Se pide:

- Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. (2 puntos)
- Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. (2 puntos)
- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. (2 puntos)
- Los máximos y mínimos locales, si existen. (2 puntos)
- La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. (2 puntos)

**Problema 4.** Una pequeña empresa paga una cuota fija mensual a su compañía eléctrica de 1200 euros. Además de la cuota fija, los primeros 250 kWh consumidos los paga a 5 euros cada

uno; los siguientes, hasta los 900 kWh, a 3 euros cada uno; y el resto a 2 euros cada uno.

- ¿A cuánto asciende el recibo de un mes de la empresa si ese mes consumió 400 kWh?  
(2 puntos)
- Obtén la función que dé el importe del recibo mensual de la empresa si consume  $x$  kWh. Dibuja su gráfica. (5 puntos)
- Otra pequeña empresa, con la misma cuota fija, paga todos los kWh a 3 euros. ¿Puede ocurrir que en un mes las dos empresas consuman lo mismo y además sus recibos coincidan? En caso afirmativo indica cuál será en ese mes el consumo y el importe del recibo de ambas empresas. (3 puntos)

**Problema 5.** Arsenio Lupin ha descubierto que la alarma del Banco de París no se puede desconectar. No obstante, ha averiguado que la probabilidad de que la alarma suene cuando hay un motivo justificado es 0,95 y que la probabilidad de que suene injustificadamente es 0,3. El 31 de diciembre hay una probabilidad de 0,1 de que Arsenio Lupin ataque el Banco de París y se sabe que nadie más lo atracará ese día.

- ¿Cuál es la probabilidad de que Arsenio Lupin ataque el Banco de París ese día y que no suene la alarma? (4 puntos)
- Si ese día suena la alarma, ¿cuál es la probabilidad de que Arsenio Lupin no esté atracando el Banco de París? (3 puntos)
- Si la alarma no ha sonado ese día, ¿cuál es la probabilidad de que Arsenio Lupin haya atracado el Banco de París? (3 puntos)

**Problema 6.** Se sabe que el 60% de los clientes de una agencia de viajes realiza un viaje al año, el 30% realiza dos viajes al año, y el 10% restante realiza tres o más viajes al año. Se sabe también que hay un 54% de clientes que están casados y realizan un viaje al año, que hay un 14% de clientes que están casados y realizan dos viajes al año, y que hay un 2% de clientes que están casados y realizan tres o más viajes al año. Seleccionamos al azar un cliente de la agencia.

- Si sabemos que el cliente seleccionado realiza dos o más viajes al año, ¿cuál es la probabilidad de que no esté casado? (3 puntos)
- Llamemos  $G$  al suceso "el cliente seleccionado no está casado" y  $H$  al suceso "el cliente seleccionado realiza menos de tres viajes al año". Calcula  $P(G \cup H)$ . (3 puntos)
- Llamemos  $J$  al suceso "el cliente seleccionado está casado" y  $K$  al suceso "el cliente seleccionado no realiza dos viajes al año". ¿Son  $J$  y  $K$  sucesos independientes? (4 puntos)