

MURCIA · PAU 2016 · ORDINARIA

Matemáticas II

8 ejercicios

Instrucciones del examen

OBSERVACIONES IMPORTANTES: El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$.

a) 1,5 puntos

Compruebe que ambas matrices son regulares (o invertibles) y calcule sus correspondientes matrices inversas.

b) 1 punto

Determine la matriz X que cumple la ecuación $AXB = A + B$.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\begin{cases} x + 3y + z = 5 \\ ax + 2z = 0 \\ ay - z = a \end{cases}$$

a) 1 punto

Determine para qué valores del parámetro a el sistema tiene solución única. Calcule dicha solución para $a = 1$.

b) 1 punto

Determine para qué valor del parámetro a el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvalo en ese caso.

c) 0,5 puntos

Determine para qué valor del parámetro a el sistema no tiene solución.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considere los puntos $P = (2, 7, 3)$, $Q = (1, 2, 5)$ y $R = (-1, -2, 5)$.

a) 1 punto

Calcule el área del triángulo PQR .

b) 0,5 puntos

Determine la ecuación general (o implícita) del plano que contiene al triángulo PQR .

c) 1 punto

Calcule la ecuación (en cualquiera de sus formas) de la recta que pasa por P , está contenida en el plano que contiene al triángulo PQR y es perpendicular al lado QR .

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considere los puntos $P = (1, 0, 0)$, $Q = (0, 2, 0)$ y $R = (0, 0, 1)$.

a) 1,25 puntos

Estudie si el triángulo PQR es o no rectángulo en el vértice P .

b) 1,25 puntos

Dado el punto $S = (1, 2, 3)$, calcule el volumen del tetraedro de vértices P, Q, R y S .

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Calcule los siguientes límites:

a) 1,25 puntos

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{4x} \right)$$

b) 1,25 puntos

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin x (1 - \sin x)}{\cos^2 x}$$

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

El número de personas, medido en miles, afectadas por una enfermedad infecciosa viene dado por la función

$$f(x) = \frac{90x}{x^2 + 2x + 9},$$

donde x es el tiempo transcurrido, medido en días, desde que se inició el contagio.

a) 0,5 puntos

¿Cuál es el número de personas enfermas el cuarto día?

b) 1,5 puntos

¿En qué día se alcanza el máximo número de personas enfermas? ¿Cuál es ese número máximo?

c) 0,5 puntos

¿Puede afirmarse que la enfermedad se irá erradicando con el paso del tiempo? Razone la respuesta.

(Indicación: calcule el límite de $f(x)$ cuando $x \rightarrow +\infty$ y observe qué ocurre.)

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

a) 1,5 puntos

Calcule la siguiente integral indefinida $\int \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2} dx$.

b) 1 punto

Determine el área del recinto limitado por el eje OX , las rectas verticales $x = 0$ y $x = 2$, y la gráfica de la función

$$f(x) = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}.$$

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

a) 1,5 puntos

Calcule la siguiente integral indefinida $\int x^2 e^x dx$.

b) 1 punto

Obtenga una primitiva $F(x)$ de la función $f(x) = x^2 e^x$ que cumpla la condición $F(0) = 1$.