

BAREMO DEL EXAMEN:

Se han de contestar tres problemas de entre los seis propuestos.

Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

Problema 1. Una fábrica vende diariamente dos modelos de bolígrafos de color verde. El modelo sencillo requiere una unidad de tinta y otra de plástico para su fabricación, el más sofisticado requiere una unidad de tinta y una y media de plástico. Dispone de 2500 unidades de tinta y de 3000 de plástico, y además se sabe que no se pueden fabricar más de 2000 unidades de bolígrafos sencillos. Por cada bolígrafo sencillo la empresa gana 0,5 euros y por cada uno de los sofisticados 0,7 euros.

- ¿Cuántas unidades de cada tipo debe producir para maximizar las ganancias? (8 puntos)
- ¿A cuánto ascienden estas ganancias máximas? (2 puntos)

Problema 2. Consideramos las matrices

$$A = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \\ -I & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -I & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad y \quad C = \begin{pmatrix} 3 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$$

- Analiza si la matriz $A B - 2 I$ es invertible, siendo I la matriz identidad de orden 3. (3 puntos)
- Determina la matriz X que es solución de la ecuación $A + 2 X C = B^t$, siendo B^t la matriz traspuesta de la matriz B . (4 puntos)
- Calcula para qué valores de z la matriz $D = \begin{pmatrix} I & -I \\ -I & z \end{pmatrix}$ cumple la condición $C D = D C$. (3 puntos)

Problema 3. Se considera la función $f(x) = \frac{I}{(3x^2 - I)^2}$. Se pide:

- Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. (2 puntos)
- Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. (2 puntos)
- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. (2 puntos)
- Los máximos y mínimos locales, si existen. (2 puntos)
- La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. (2 puntos)

Problema 4. Un agricultor estima que si aplica x kilos de abono en un terreno, sus ingresos serán $-x^2 + 60x + 100$ euros.

- a) ¿Qué cantidad de abono maximiza sus ingresos? ¿Cuáles son estos ingresos máximos? (3 puntos)
- b) Si el coste del abono es de 12 euros por kilo, ¿qué cantidad de abono maximiza sus beneficios?; ¿cuáles son estos beneficios máximos? (4 puntos)
- c) ¿Qué cantidades de abono garantizan beneficios positivos? (2 puntos)

Problema 5. Un instituto tiene estudiantes de ESO y de Bachillerato. El instituto ofrece tres extraescolares: dos deportivas (fútbol y baloncesto) y una no deportiva (música); todos los estudiantes tienen que escoger una extraescolar, pero solo una. El instituto tiene en total 400 estudiantes, y 300 de ellos han escogido fútbol. El instituto tiene 310 estudiantes de ESO; de ellos, 230 han escogido fútbol y 60 han escogido baloncesto. Se sabe también que 8 estudiantes de Bachillerato han escogido música. Seleccionamos al azar un estudiante de este instituto.

- a) Calcula la probabilidad de la unión de los sucesos “el estudiante está en ESO” y “el estudiante ha escogido música”. (3 puntos)
- b) Si sabemos que el estudiante seleccionado ha escogido una extraescolar deportiva, ¿cuál es la probabilidad de que esté en ESO? (4 puntos)
- c) ¿Son independientes los sucesos “el estudiante está en Bachillerato” y “el estudiante no ha escogido baloncesto”? (3 puntos)

Problema 6. Una empresa de vacunas para ganado bovino está evaluando la efectividad de dos métodos distintos, A y B, para administrar una vacuna contra virus que afectan al aparato respiratorio. En el estudio, de las 600 reses de una explotación ganadera, 250 fueron vacunadas por el método A, otras 250 por el método B y el resto no fueron vacunadas. Se observó que en los cuatro meses siguientes tuvieron problemas respiratorios el 30% de las reses vacunadas por el método A, el 20% de las vacunadas por el método B y el 60% de las no vacunadas. Calcula:

- a) La probabilidad de que una res elegida al azar haya tenido problemas respiratorios. (3 puntos)
- b) La probabilidad de que una res que no ha tenido problemas respiratorios haya sido vacunada por el método B. (4 puntos)
- c) La probabilidad de la intersección de los sucesos “la res no ha sido vacunada” y “la res tiene problemas respiratorios”. (3 puntos)