

MADRID · PAU 2025 · ORDINARIA

Matemáticas II

7 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla $N(0,1)$ como anexo. Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente a una pregunta en cada uno de los cuatro bloques, tres de ellos con optatividad y uno sin optatividad. Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

En el baloncesto existen canastas que valen un punto, que valen dos y que valen tres puntos. Calcule el número de lanzamientos de uno, de dos y de tres puntos que realizó un equipo en un partido sabiendo que:

- El equipo anotó 80 puntos con un acierto del 80% en tiros de uno, del 50% en tiros de dos y del 40% en tiros de tres.
- La tercera parte del número de lanzamientos de dos fue igual a la quinta parte del resto de lanzamientos.
- El doble del número de lanzamientos de tres es menor en cinco unidades al resto de lanzamientos.

Ejercicio 2

2,5 puntos

Un muro rectangular de la biblioteca pública del barrio se va a pintar con la ayuda de unos grafiteros. La dimensión del muro es de 3 metros de alto y 12 metros de largo. Colocando la esquina inferior izquierda del muro en el origen de coordenadas, se va a utilizar la curva $f(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{9}\right) + 2$ para diferenciar dos regiones del muro que serán pintadas con dos colores distintos. Se sabe que con un bote de spray se pueden pintar 3 metros cuadrados de superficie.

a) 0,75 puntos

Halle el valor máximo y el valor mínimo de la función $f(x)$ en el intervalo $[0, 12]$. ¿Está la curva en este intervalo $[0, 12]$ contenida completamente en el muro?

b) 1,25 puntos

Halle el área que tienen que pintar de cada color.

c) 0,5 puntos

¿Cuántos botes de spray se tienen que comprar como mínimo para pintar toda el área bajo la curva $f(x)$?

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sean la matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ e I la matriz identidad de orden 3. Se pide:

a) 1,25 puntos

Calcular el polinomio $P(\lambda) = \det(A - \lambda I)$ y hallar las raíces reales del polinomio.

b) 1,25 puntos

Para $\lambda = 5$, calcular un vector no nulo $v = (x, y, z)$ que satisfaga que $(A - \lambda I)v = 0$.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Dados la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{0} = \frac{z-2}{1}$ y el plano $\pi : x + 2y - 3z = 1$, se pide:

a) 0,75 puntos

Hallar una ecuación del plano que contiene a r y es perpendicular a π .

b) 0,75 puntos

Hallar una ecuación de la recta contenida en π que corta perpendicularmente a r .

c) 1 punto

Calcular los puntos de la recta r cuya distancia al plano π es $\sqrt{14}$.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sean el punto $P(0, 1, 1)$ y el plano $\pi : x + y = 2$. Se pide:

a) 0,5 puntos

Hallar la distancia del punto P al plano π .

b) 1 punto

Determinar el punto Q del plano π cuya distancia a P es igual que la distancia de P a π .

c) 1 punto

Hallar el área del triángulo formado por P y los puntos de corte del plano π con los ejes coordenados.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea $E = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ un espacio muestral y P una medida de probabilidad en E definida por: $P(7) = P(3) = \frac{1}{4}$ y con el resto de sucesos elementales equiprobables. Se consideran los sucesos $A = \{7, 11, 13, 19\}$, $B = \{2, 5, 7, 13, 17\}$ y $C = \{3, 5, 7, 11, 13\}$. Se pide calcular:

a) 1,25 puntos

$P(\overline{(A - C)} \cap B)$

b) 1,25 puntos

$P((A \cap B) / \overline{C})$

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Entre los ciudadanos de 14 años o más de cierto país, el 20% de la población tiene entre 14 y 24 años, el 50% entre 25 y 64 y el resto más de 64 años. Según datos recogidos por el ministerio de cultura de ese país, el 74% de sus ciudadanos de entre 14 y 24 es lector habitual, mientras que el porcentaje decrece hasta el 65,8% entre los de 25 a 64 y al 53,7% entre los mayores de 64. Elegido un ciudadano al azar del país en cuestión de 14 años o más, se pide:

a) 1,25 puntos

Calcular la probabilidad de que sea lector habitual.

b) 1,25 puntos

Si no es lector habitual, calcular la probabilidad de que tenga entre 25 y 64 años.