



- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.
 - c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
 - d) Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan. En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
 - f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Sea f la función continua definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x \leq 0 \\ \sqrt{ax + b} & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ \frac{-x}{2\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}} & \text{si } 2 < x \end{cases}$

- a) Calcula a y b . **(1,25 puntos)**
- b) Para $a = -1$ y $b = 4$, estudia si existe la derivada de f en $x = 2$. En caso afirmativo, calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en dicho punto. **(1,25 puntos)**

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ (donde $\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

- a) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f . **(1 punto)**
- b) Determina los intervalos de convexidad y de concavidad de f y los puntos de inflexión de su gráfica. **(1,5 puntos)**

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Considera la función $F: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $F(x) = \int_0^x 2t \cos(t) dt$.

- a) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de F . **(1 punto)**
- b) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de F en el punto de abscisa $x = \pi$. **(1,5 puntos)**

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Calcula $\int_0^1 x \operatorname{arctg}(x) dx$ (donde arctg denota la función arcotangente).



BLOQUE B

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Considera el sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y + mz = 3 \\ x + my - z = -1 \\ 3x + y - 3z = -m \end{cases}$$

- a) Discute el sistema según los valores de m . **(1,75 puntos)**
- b) Para $m = -2$ encuentra, si es posible, y_0 para que la solución del sistema sea $x = \lambda$, $y = y_0$, $z = \lambda - \frac{3}{7}$. **(0,75 puntos)**

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Dado $a \neq 0$, considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -a & 3 \\ a & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

- a) Determina para qué valores de a se cumple que $A^{-1} = \frac{1}{4} A$. **(1,25 puntos)**
- b) Para $a = 1$ calcula, si es posible, la matriz X tal que $AX = B^t$, donde B^t denota la matriz traspuesta de B . **(1,25 puntos)**

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv x + y + z = 0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 0 \end{cases}$

- a) Determina la ecuación del plano perpendicular a π que contiene a r . **(1,25 puntos)**
- b) Calcula la distancia entre r y π . **(1,25 puntos)**

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Sean los planos $\pi_1 \equiv 2x + y + z - 3 = 0$, $\pi_2 \equiv x + 2y - z + 5 = 0$ y la recta $r \equiv x - 1 = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{5}$.

- a) Halla los puntos de r que equidistan de π_1 y π_2 . **(2 puntos)**
- b) Halla el seno del ángulo que forma el plano π_1 con la recta r . **(0,5 puntos)**