



Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Serie 1

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que permitan almacenar datos o que puedan transmitir o recibir información.

1. Sean las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ t & 2 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} -1 & t & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Calcule $M \cdot N$ y compruebe que la matriz resultante no es invertible.

[1 punto]

b) Encuentre los valores de t para los cuales la matriz $N \cdot M$ es invertible.

[1 punto]

2. Sea r la recta que pasa por los puntos $A = (0, 1, 1)$ y $B = (1, 1, -1)$.

a) Encuentre la ecuación paramétrica de la recta r .

[1 punto]

b) Calcule todos los puntos de la recta r que están a la misma distancia de los planos $\pi_1: x + y = -2$ y $\pi_2: x - z = 1$.

[1 punto]

NOTA: Puede calcular la distancia de un punto de coordenadas (x_0, y_0, z_0) al plano de

ecuación $Ax + By + Cz + D = 0$ con la expresión $\frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

3. Sea la función $f(x) = x^3 - x^2$.

a) Encuentre la ecuación de la recta tangente a la gráfica y que es paralela a la recta de ecuación $x + 3y = 0$.

[1 punto]

b) Calcule, si existen, los puntos de la gráfica en los que la función presenta un máximo o mínimo relativo o un punto de inflexión.

[1 punto]

4. Considere los puntos $P = (3, -2, 1)$, $Q = (5, 0, 3)$, $R = (1, 2, 3)$ y la recta $r: \begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ 2y + 3z - 5 = 0 \end{cases}$.
- Determine la ecuación general (es decir, que tiene la forma $Ax + By + Cz = D$) del plano que pasa por P y Q y es paralelo a la recta r .
[1 punto]
 - Dados el plano $x + 2y + m \cdot z = 7$ y el plano que pasa por P , Q y R , encuentre m para que sean paralelos y no coincidentes.
[1 punto]
5. Sea la función $f(x) = \sqrt{x} + x - 2$.
- Compruebe que la función $f(x)$ cumple el enunciado del teorema de Bolzano en el intervalo $[0, 2]$ y que, por lo tanto, la ecuación $f(x) = 0$ tiene alguna solución en el intervalo $(0, 2)$. Compruebe que $x = 1$ es una solución de la ecuación $f(x) = 0$ y razone, teniendo en cuenta el signo de $f'(x)$, que la solución es única.
[1 punto]
 - A partir del resultado final del apartado anterior, encuentre el área limitada por la gráfica de la función $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 1$.
[1 punto]
6. Unos estudiantes de bachillerato han programado una hoja de cálculo como la de la siguiente figura que da la solución de un sistema de ecuaciones compatible determinado de manera automática:

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
2										
3										
4		x	y	z						
5										
6		1	2	-1	-6					
7		1	-1	-2	-3					
8		2	1	2	6					
9										
10										
11										
12										

sistema: COMPATIBLE DETERMINADO

$x = 1$

$y = -2$

$z = 3$

- Escriba el sistema y compruebe que los valores propuestos como solución son correctos.
[1 punto]
- ¿Qué valor debería ponerse en lugar del 2 que está enmarcado en la imagen, correspondiente a la celda E8 (a_{33} de la matriz de coeficientes), para que el sistema fuera incompatible?
[1 punto]



Institut
d'Estudis
Catalans

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés