

ANDALUCÍA · PAU 2025 · ORDINARIA · SUPLENTE 1

Matemáticas CCSS

7 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla N(0,1) como anexo. a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Debe resolver 4 ejercicios, uno de cada bloque. Elija solo un ejercicio en los tres bloques donde tiene posibilidad de elección. En caso de responder a dos ejercicios de un mismo bloque, se corregirá solo el que aparezca en primer lugar. c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada. d) Todos los resultados deben estar suficientemente justificados. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

Ejercicio 1

2,5 puntos

Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ (Nota: La matriz en el original parece incompleta o mal formateada, se asume una estructura matricial estándar).

a) 1,75 puntos

Resuelva el sistema de ecuaciones matriciales:

$$(A + I_3) \cdot X + Y = A - I_3 \quad X - Y = I_3$$

b) 0,75 puntosHalle el rango de las matrices $A + I_3$ y $A - I_3$. ¿Son matrices invertibles?

Ejercicio 2

2,5 puntos

Una empresa de catering dispone semanalmente de horas de cocina, horas de empaquetado y 60 dm^3 de almacenamiento en cámaras frigoríficas para elaborar dos tipos de menús: premium y estándar. Ambos menús requieren tiempo, tanto de preparación como de empaquetado, y espacio de almacenamiento en frigoríficos. Concretamente, el menú premium requiere de horas de cocina, horas de empaquetado y ocupa en frigoríficos. Por su parte, el menú estándar requiere de horas de cocina, hora de empaquetado y ocupa dm^3 en frigoríficos. El beneficio obtenido por cada menú premium es de y por cada menú estándar es de. La empresa sabe que venderá todos los menús producidos. Determine cuántos menús de cada tipo deben elaborarse semanalmente para maximizar el beneficio total y a cuánto asciende este beneficio.

Ejercicio 3

2,5 puntos

a) 1,2 puntos

Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot e^{x+1} & x \leq -1 \\ x^2 - 2 & -1 < x < 2 \\ b \cdot \log(12 - x) & 2 \leq x < 12 \end{cases}$$

siendo a y b números reales. Determine los valores de a y b para que la función sea continua en su dominio.

b) 1,3 puntos

Represente el recinto acotado, limitado por la recta $y = -x + 3$ y la parábola $y = -x^2 + 5$. Calcule el área del recinto.

Ejercicio 4

2,5 puntos

El nivel de concentración de un alumno universitario durante un examen viene dado por la siguiente función:

$$f(t) = \begin{cases} -t^2 + 2t + 10 & 0 \leq t \leq 2,5 \\ t^2 + at + b & 2,5 < t \leq 5 \end{cases}$$

donde t es el tiempo en horas y a, b números reales.

a) 1,25 puntos

¿Con qué nivel de concentración el alumno comienza el examen? Determine los valores de a y b para que la función f sea continua y derivable en $t = 2,5$.

b) 1,25 puntos

Para $a = -8$ y $b = 22,5$, esboce la gráfica de la función, estudiando previamente la monotonía y calculando en qué momentos se alcanzan los niveles máximo y mínimo de concentración.

Ejercicio 5

2,5 puntos

Un nuevo servicio de streaming utiliza un algoritmo para recomendar películas a sus usuarios en función de las películas vistas anteriormente. Como la plataforma es de reciente creación, solo tiene disponibles tres géneros: ciencia ficción, terror y musicales. El de las películas disponibles son de ciencia ficción, la cuarta parte son de terror y el resto musicales. De las películas de ciencia ficción, el algoritmo hace una recomendación correcta en el de las ocasiones, de las de terror, el de las veces y de los musicales, el. Un usuario selecciona al azar una película de su lista de recomendaciones:

a) 1,25 puntos

¿Cuál es la probabilidad de que el algoritmo haya hecho una recomendación correcta?

b) 0,75 puntos

Si no ha sido recomendada correctamente, ¿qué probabilidad hay de que la película sea de terror?

c) 0,5 puntos

De las recomendaciones correctas del género de ciencia ficción, el usuario queda satisfecho con la elección de la película en el de las ocasiones. ¿Qué probabilidad hay de que la película sea de ciencia ficción, esté recomendada correctamente y el usuario haya quedado satisfecho?

Ejercicio 6

2,5 puntos

El tiempo que tardan los usuarios de un sistema de salud en conseguir una cita en Atención Primaria sigue una distribución Normal con media desconocida y desviación típica días.

a) 1,75 puntos

Elegidos al azar usuarios, se obtiene que el tiempo medio que tardan en obtener cita en Atención Primaria es de días. Determine un intervalo de confianza para estimar la media poblacional, con un nivel de confianza del. La gerencia del sistema de salud asegura que el promedio de días para obtener una cita en Atención Primaria es de días. Según el intervalo obtenido ¿podría asumirse la afirmación de la gerencia como posible?

b) 0,75 puntos

¿Cuántos usuarios como mínimo se deberían seleccionar en una nueva muestra para que, con un nivel de confianza del, el error máximo en el intervalo de la media poblacional sea de días.

Ejercicio 7

2,5 puntos

Se desea estimar la proporción de personas de una determinada localidad que se muestran favorables a la celebración de las fiestas locales durante el mes de mayo. Para ello, se ha tomado una muestra aleatoria de personas resultando que de ellas están a favor.

a) 1 punto

Obtenga un intervalo de confianza, con un nivel de confianza del, para estimar la proporción de personas de esta localidad que está a favor de celebrar las fiestas locales durante el mes de mayo.

b) 1 punto

Manteniendo la misma proporción muestral y con un nivel de confianza del, ¿cuál es el número mínimo de personas que deberán seleccionarse aleatoriamente para que la proporción muestral y la poblacional no difieran en más de un

c) 0,5 puntos

Manteniendo el tamaño de la muestra y la proporción muestral, si se aumenta el nivel de confianza, razone cómo influye en el error máximo de estimación.