

CATALUÑA · PAU 2022 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas CCSS

6 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

Responda a CUATRO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Cada cuestión vale 2,5 puntos. Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que puedan almacenar datos o que puedan transmitir o recibir información. Puede utilizar las páginas en blanco para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión si necesita más espacio. En este último caso, es necesario que lo indique claramente al final de la página de la cuestión correspondiente.

Ejercicio 1

2,5 puntos

El coste de producción (en euros) de x unidades de un producto determinado viene dado por la función $C(x) = 0,02x^2 + 3x + 100$. Estas unidades se ponen a la venta y el precio de venta unitario (en euros) depende del número de unidades producidas x . Concretamente, viene dado por la función $p(x) = 47 - 0,06x$. Supongamos que se venden todas las unidades que se producen.

a) 1,25 puntos

Determine la función que da los beneficios obtenidos en función del número de unidades producidas x .

b) 1,25 puntos

Determine cuántas unidades hay que producir para obtener el beneficio máximo y diga cuál es este beneficio.

Ejercicio 2

2,5 puntos

Martí explica a Marcel que el otro día, cuando cogió el autocar para ir de Barcelona a Tarragona, el autocar se estropeó justo a la mitad del trayecto. Desde este punto fue caminando hasta la población más cercana, de manera que hizo a pie una veintea parte del total del trayecto. Allí cogió un taxi hasta Tarragona, y dice que hizo 5 kilómetros más en autocar que en taxi.

a) 1,75 puntos

Plantee y resuelva un sistema de ecuaciones para calcular cuántos kilómetros hizo Martí en autocar, a pie y en taxi.

b) 0,75 puntos

Si el autocar iba a 100 km/h, Martí caminó a 5 km/h y el taxi iba a 90 km/h, ¿cuánto tiempo tardó en hacer todo el trayecto?

Ejercicio 3

2,5 puntos

El Museo de Matemáticas de Cataluña (MMACA) tiene previsto montar una exposición. Se estima que el número de visitantes semanales que recibirá la exposición, expresado en decenas de personas, viene dado por la función $f(x) = \frac{240x}{x^2 - 2x + 4}$, en la que $x \geq 1$ representa el tiempo, expresado en semanas, que hace que la exposición está abierta al público.

a) 1 punto

¿Cuántas personas irán a ver la exposición la primera semana? Calcule la tasa de variación media del número de visitantes entre la semana 1 y la semana 4.

b) 1,5 puntos

¿Qué semana se prevé que irá más gente a ver la exposición? ¿Cuántos visitantes se estima que irán aquella semana?

Ejercicio 4

2,5 puntos

La técnica de irradiación de los alimentos se utiliza para favorecer su conservación, pero unas dosis demasiado altas de irradiación pueden reducir su valor nutricional. Normalmente, para el procesamiento de alimentos se utilizan las radiaciones provenientes del cobalto y del cesio. Queremos utilizar esta técnica para tratar alimentos que ya han empezado a deteriorarse. Considere x e y las cantidades emitidas de rayos de cobalto y de cesio, respectivamente, medidas en grays. Sabemos que la cantidad de radiación absorbida en la parte dañada del alimento es de $6x + 4y$ grays, alrededor de la parte dañada es de $3x + y$ grays y en las partes que están en buenas condiciones es de $4x + 5y$ grays.

a) 1,5 puntos

Calcule las cantidades de rayos de cobalto y de rayos de cesio que habrá que utilizar para que la cantidad de radiación absorbida por las partes en buenas condiciones sea mínima, teniendo en cuenta que en la parte dañada esta cantidad debe ser como mínimo de 60 grays y alrededor no puede exceder los 27 grays. Para hacerlo, determine cuál es la función objetivo que se debe minimizar y las restricciones, y dibuje la región factible.

b) 1 punto

Si aplicamos un tratamiento consistente en 7 grays de rayos de cobalto y 5 grays de rayos de cesio, compruebe que se cumplen las dos restricciones (la que hace referencia a la parte dañada y la que hace referencia al entorno de la parte dañada). ¿Por qué es un tratamiento peor que la solución que ha encontrado en el apartado a)?

Ejercicio 5

2,5 puntos

Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}$, en las que a es un parámetro real.

a) 1,25 puntos

Calcule para qué valor de a las dos matrices conmutan, es decir, para qué valor de a se cumple que $A \cdot B = B \cdot A$. Compruebe que para este valor de a se satisface que $A \cdot B = 2 \cdot I$, en la que I es la matriz identidad de orden dos.

b) 1,25 puntos

Para el valor de a encontrado en el apartado anterior, calcule las matrices inversas de las matrices A y B . Puede aplicar la relación $A \cdot B = 2 \cdot I$.

Ejercicio 6

2,5 puntos

Un inversor se da cuenta de que en el momento actual sus acciones tienen unas pérdidas de 2.000 €. Su asesor financiero tiene una previsión del valor de las acciones para los próximos 30 días. Le dice que el valor de las acciones ya ha empezado a aumentar y que dentro de pocos días dejará de tener pérdidas. Según las previsiones, durante los próximos 10 días el valor de las acciones crecerá; del día 10 al día 20 los beneficios disminuirán, y a partir de este día los beneficios volverán a crecer. El asesor también dice al inversor que la previsión de los beneficios para los próximos 30 días tiene como modelo la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, en la que $x \in [0, 30]$.

a) 1,5 puntos

Calcule los valores de los parámetros a , b y c .

b) 1 punto

Si el inversor quiere vender sus acciones durante estos 30 días, ¿cuál es el día en el cual obtendrá más beneficios de la venta? ¿Qué beneficios obtendrá?

Tu Profe al Rescate